



**Evaluation des potentialités des matériaux du type  
langasite pour la réalisation d'oscillateurs  
ultra-stables. Etude et réalisation préliminaires d'un  
oscillateur cryogénique.**

Joël Imbaud

► **To cite this version:**

Joël Imbaud. Evaluation des potentialités des matériaux du type langasite pour la réalisation d'oscillateurs ultra-stables. Etude et réalisation préliminaires d'un oscillateur cryogénique.. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Franche-Comté, 2008. Français. NNT: . tel-00360494

**HAL Id: tel-00360494**

**<https://theses.hal.science/tel-00360494>**

Submitted on 11 Feb 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

Présentée à  
L'U.F.R. des Sciences et Techniques  
de l'Université de Franche-Comté  
Pour obtenir le  
Grade de Docteur de l'Université de Franche-Comté  
Spécialité  
Sciences pour l'ingénieur

**Evaluation des potentialités des matériaux du  
type langasite pour la réalisation d'oscillateurs  
ultra-stables.**

**Etude et réalisation préliminaires d'un  
oscillateur cryogénique.**

**Par : Joël IMBAUD**

Soutenue le **25 novembre 2008** devant la commission d'examen :

Président du jury	○ <b>Roger BOURQUIN</b> : Professeur des Universités, ENSMM de Besançon, FEMTO-ST.
Rapporteurs	○ <b>Olivier LLOPIS</b> : Directeur de recherche, LAAS, Toulouse. ○ <b>Michel PRIGENT</b> : Professeur des Universités, Université de Limoges, XLIM.
Examineurs	○ <b>Paul-Alain ROLLAND</b> : Professeur des Universités, Université de Lille 1, IEMN. ○ <b>Bernard DULMET</b> : Professeur des Universités, ENSMM de Besançon, FEMTO-ST. ○ <b>Serge GALLIOU</b> : Professeur des Universités, ENSMM de Besançon, FEMTO-ST. ○ <b>Jean Pierre AUBRY</b> (Dr) : Directeur d'Oscilloquartz SA, Neuchâtel. ○ <b>Gilles CIBIEL</b> (Dr) : Ingénieur, Responsable Technique, CNES, Toulouse.



*A mes parents,  
A ma famille,  
A mes amis...*



# Avant propos

L'ensemble des travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du département Temps Fréquence de l'institut de Franche-Comté Electronique Mécanique Thermique et Optique - Sciences et Technologies (FEMTO-ST). Cet institut est une Unité Mixte de Recherches (UMR 6174) associée au Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) et rattachée simultanément à l'Université de Franche-Comté (UFC), l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et de Microtechniques (ENSMM), et l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard (UTBM). FEMTO-ST a été créé le premier janvier 2004. Ses activités se situent dans les domaines de la mécanique, de l'optique et des télécommunications, de l'électronique, du temps-fréquence, de l'énergétique, de la fluidique, de l'automatique et de la microrobotique, et enfin des matériaux et surfaces.

Au sein du CNRS, l'institut FEMTO-ST est rattaché au département Sciences et Technologies de l'Information et de l'Ingénierie (ST2I). Il regroupe des compétences variées et complémentaires, et cultive la pluridisciplinarité, le souci de l'excellence scientifique et de l'innovation.

L'effectif total de FEMTO-ST en 2008 est d'environ 500 personnes dont 270 permanents (175 chercheurs ou enseignants chercheurs et 95 ingénieurs, techniciens et administratifs). Les recherches sont conduites avec l'aide de 180 doctorants recevant une formation de haut niveau par la recherche.

FEMTO-ST est organisé autour de 6 départements de recherche qui sont :

- le département Automatique et Systèmes Micromécatroniques
- le département Energie et Ingénierie des Systèmes Multiphysiques
- le département de Mécanique Appliquée
- le département Micro Nano Sciences et Systèmes
- le département d'Optique
- le département Temps Fréquence

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont été financés par une allocation de thèse ministérielle. Pour la première partie, le matériel spécifique et nécessaire à l'étude a été financé par un contrat entre le département Temps-Fréquence de l'institut FEMTO-ST et la Délégation Générale pour l'Armement (DGA). Pour le second volet, la région de Franche-Comté a financé en partie le dispositif expérimental nécessaire.



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire se sont déroulés au sein du département Temps-Fréquence de l'institut FEMTO-ST (UMR-CNRS 61174) à Besançon.

En premier lieu, je tiens à remercier Monsieur Roger BOURQUIN, professeur à l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques de Besançon (ENSM) et ancien directeur du Laboratoire de Chronométrie Electronique et Piézoélectricité (LCEP), de m'avoir accueilli dans son laboratoire et d'avoir accepté de faire partie du jury. Son savoir et ses conseils avisés ont été décisifs dans l'avancement de ces travaux. En même temps, je remercie vivement Monsieur Bernard DULMET, professeur à l'ENSM et actuel directeur du département Temps-Fréquence, pour ses efforts afin de rendre l'environnement et les conditions de travail stimulantes pour tous et pour avoir pris place dans le jury.

Mes plus chaleureux remerciements vont à Monsieur Serge GALLIOU, professeur à l'ENSM et directeur de cette thèse, pour avoir dirigé ces travaux avec une rigueur scientifique remarquable. Je tiens à lui présenter ma profonde gratitude pour la confiance et la gentillesse qu'il a témoignées pendant ces travaux. Je tiens aussi à le remercier pour son esprit d'équipe, sa pédagogie, sa disponibilité et enfin ses précieux conseils, moteur de l'avancement des ces travaux.

Je tiens à remercier Monsieur Jean-Pierre ROMAND, assistant ingénieur à l'ENSM, pour son travail fabuleux. Sans son savoir-faire, sa rigueur et sa maîtrise de la fabrication de résonateurs aucun résultat n'aurait pu être obtenu.

Mes remerciements les plus sincères à Monsieur Philippe ABBE, assistant ingénieur à l'ENSM, pour son dévouement et son dynamisme qui ont permis une avancée rapide du développement de l'électronique et des mesures associées.

Je tiens aussi à remercier Monsieur Jean-Jacques BOY, ingénieur de recherche au département Temps-Fréquence de l'institut FEMTO-ST, pour son aide et son expertise quant à la qualification de la qualité des cristaux.

Je tiens à remercier vivement les membres extérieurs du jury qui ont accepté d'examiner ces travaux :

- Monsieur Olivier LLOPIS, directeur de recherche au CNRS, responsable du groupe Micro-ondes et Opto-micro-ondes pour Systèmes de Télécommunications (MOST) du LAAS (Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes) à Toulouse, qui a accepté d'être rapporteur de cette thèse.

- Monsieur Michel PRIGENT, professeur des universités à l'Université de Limoges, Chef du Département GEII à l'IUT du Limousin, XLIM (UMR CNRS 6172CNRS), Université de Limoges, département C<sup>2</sup>S<sup>2</sup> (Composants Circuits Signaux et Systèmes Hautes Fréquences), qui a accepté d'être rapporteur de cette thèse.

- Monsieur Paul - Alain ROLLAND, professeur des universités à l'Université de Lille 1, responsable du département Hyperfréquences et Semi-conducteurs (DHS), responsable de l'Institut de Recherche sur les Composants logiciels et matériels pour l'Information et la Communication Avancée (IRCICA), à Villeneuve d'Ascq.

- Monsieur Jean Pierre AUBRY (Dr), directeur de la société Oscilloquartz SA (groupe SWATCH) à Neuchâtel en Suisse.

- Monsieur Gilles CIBIEL (Dr), ingénieur, responsable technique, Centre National d'Etudes Spatiales (CNES), service Hyperfréquences et Temps Fréquences, à Toulouse.



Je tiens à remercier toutes celles et ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'avancement et à la réalisation de ces travaux, à savoir, Madame Nathalie FRANQUET (assistante ingénieur à l'ENSMM), Madame Fabienne CORNU (adjoint technique à l'ENSMM), Madame Thérèse LEBLOIS (professeur des Universités à l'UFC), Monsieur Nicolas BAZIN (ingénieur d'étude CNRS), Monsieur Marc MOUREY (ingénieur de recherche à l'ENSMM), Monsieur Pierre CASSARD (assistant ingénieur à l'ENSMM), Monsieur Eric ANDREY (technicien CNRS) et Monsieur Jean PERY (assistant ingénieur).

Mes remerciements vont aussi à l'ensemble des collègues pour leurs soutiens et encouragements, en particulier : Monsieur Fabrice STHAL (maître de conférences à l'ENSMM), Monsieur Emmanuel BIGLER (professeur des Universités à l'ENSMM), Monsieur Xavier VACHERET (ingénieur d'étude à l'ENSMM), Monsieur Remi BRENDEL (professeur des Universités à l'ENSMM) et Monsieur Daniel GILLET (maître de conférences à l'ENSMM) ainsi qu'à l'ensemble du département Temps-Fréquence.

Un remerciement particulier aux chers amis du département et d'ailleurs, pour tous les bons moments passés ensemble.

Je remercie toute ma famille pour leurs encouragements, en particulier ma sœur Madame Stéphanie IDOUX.

Enfin, je dédie mes derniers remerciements et ma plus profonde reconnaissance à mes parents Monsieur Michel IMBAUD et Madame Maria IMBAUD, pour leur soutien matériel et moral, pour m'avoir donné la chance de mener ces longues études.

# Sommaire

<b>Introduction générale.....</b>	<b>5</b>
-----------------------------------	----------

<b>Chapitre I : Généralités .....</b>	<b>9</b>
---------------------------------------	----------

1) Le résonateur à ondes de volumes .....	11
1.A) Les matériaux et coupes .....	12
1.A.1) Le cristal de quartz .....	12
1.A.2) Les cristaux de langasite et de langatate .....	14
1.B) Topologies de résonateurs acoustiques .....	15
1.C) Vibration acoustique .....	17
1.C.1) Propagation d'une onde dans un milieu piézoélectrique.....	18
1.C.2) Confinement de la vibration .....	21
1.C.3) Le piégeage d'énergie .....	22
1.C.4) Le défaut d'isochronisme .....	26
1.C.5) Effets fréquence-température .....	29
1.C.6) Eléments motionnels et schéma électrique équivalent d'un résonateur .....	31
2) Les oscillateurs .....	35
2.A) Principes et théories de base.....	36
2.A.1) Conditions de Barkhausen.....	36
2.A.2) Modélisation du résonateur acoustique à cristal piézoélectrique .....	37
2.A.3) L'oscillateur à un transistor.....	42
2.A.4) Bruit : généralités, définitions et caractérisations .....	44
2.B) Etude de l'oscillateur de type Colpitts .....	48
2.B.1) Théorie de base.....	48
2.B.2) Simulation sur Pspice .....	54
2.C) Cas de l'oscillateur ultra-stable .....	58
3) Bibliographie du chapitre I .....	59

<b>Chapitre II : Oscillateur à langatate .....</b>	<b>61</b>
--	-----------

1) Introduction .....	63
2) Le résonateur .....	64
2.A) Différences de qualité des matériaux langasite et langatate.....	64
2.A.1) Mise en évidence des différences de qualités.....	64
2.A.2) Explications : les origines des défauts dans la LGS et LGT .....	65
2.B) Paramètres de fabrication du résonateur .....	69

2.C) Choix de géométrie pour l'optimisation du résonateur .....	77
2.D) Caractéristiques motionnelles .....	84
<b>3) Oscillateurs à résonateurs LGT .....</b>	<b>89</b>
3.A) Topologie retenue.....	89
3.B) Fabrication du thermostat - packaging .....	97
3.C) Mesures associées .....	103
<b>4) Conclusion.....</b>	<b>109</b>
<b>5) Bibliographie du chapitre II.....</b>	<b>110</b>
<b>Chapitre III : Oscillateur cryogénique.....</b>	<b>115</b>
<b>1) Introduction .....</b>	<b>117</b>
1.A) Introduction .....	117
1.B) Historique des investigations à basse température sur les résonateurs à onde de volume.....	117
1.C) Présentation du matériel de manipulation .....	120
<b>2) Mesure des résonateurs.....</b>	<b>124</b>
2.A) Méthode des mesures des résonateurs.....	124
2.B) Résonateurs à quartz de coupe SC .....	126
2.C) Résonateurs à quartz de coupe LD .....	135
2.D) Résonateurs à langatate de coupe Y .....	138
<b>3) L'oscillateur cryogénique.....</b>	<b>141</b>
3.A) Mesures pour la sélection d'un transistor.....	141
3.B) Mise au point de l'oscillateur .....	147
3.C) Régulation thermique de l'ensemble.....	152
3.D) Mesures associées .....	155
<b>4) Conclusion.....</b>	<b>158</b>
<b>5) Bibliographie du chapitre III .....</b>	<b>159</b>
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>161</b>
<b>Annexes .....</b>	<b>167</b>
Annexe A : Datasheet du BF988 .....	169
Annexe B : Caractéristiques du compresseur F-70H.....	176

Annexe C : Caractéristiques de la tête RP-082A.....	179
Annexe D : Liste des publications relatives à ces travaux.....	181



# Introduction générale



De nos jours, les références de fréquences sont largement utilisées, leurs applications sont de multiples natures : les montres, l'informatique, les télécommunications, la métrologie, le positionnement...

Durant toute l'histoire de l'homme moderne, l'évolution de la mesure du temps a accompagné de grandes révolutions sociales et culturelles. Il faut bien sûr rappeler qu'actuellement, le temps et du coup la fréquence (intimement liée au temps) est la grandeur physique qui est mesurable avec la plus grande précision.

Aujourd'hui, dans la gamme des stabilités court terme (typiquement inférieures à une minute) seul l'oscillateur ultra-stable à résonateur quartz permet d'obtenir les meilleures performances. Au-delà d'une minute ce dernier est supplanté par les horloges atomiques et le maser. Néanmoins, dans la plupart des cas ces systèmes nécessitent d'être équipés d'un oscillateur ultra-stable pour la synchronisation du signal issu de la réaction atomique.

Les besoins de tels oscillateurs proviennent des demandes du marché mondial, dans les applications comme le positionnement et la navigation, la métrologie, la synchronisation de données et les techniques radars, une diminution des incertitudes est recherchée, ce qui implique de posséder des références encore plus stables. Les caractéristiques techniques de celles-ci sont variables, on comprend aisément que les objectifs et les compromis en terme de performance diffèrent pour des objets embarqués (comme par exemple pour les applications spatiales) et pour des objets à utilisation au sol (tels que dans les appareils de métrologie).

L'ambition de ces travaux est de rabaisser encore cette stabilité à court terme, ce qui devient une nécessité pour de nombreuses applications, dont quelques exemples sont cités ci-dessous :

- Positionnement, altimétrie et autres applications spatiales. Le programme DORIS (Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated in Space), par exemple, vise une précision d'un centimètre nécessitant des stabilités relatives de fréquence de quelques  $10^{-14}$  sur  $\tau \approx 1$  s. Cet instrument est à bord de TOPEX-POSEIDON, JASON1, des satellites altimétriques ENVISAT et des séries SPOT, et équipera JASON2, PLEIADES, ALTIKA, HY2, CRYOSAT2. Sans parler des applications futures de « Galileo »...

- Radar. Même si la préoccupation principale dans ce domaine est plutôt le plancher de bruit, les exigences en terme de pureté spectrale près de la porteuse (jusqu'à quelques kilo-Hertz) deviennent de plus en plus sévères (comme pour le Radar Doppler) ; seules les références à quartz multipliées remplissent ces conditions, les sources à résonateurs diélectriques n'étant pas à la hauteur (ex :  $120 \text{ MHz} \times 20$  pour faire du 2,4 GHz).

- Métrologie. Là aussi les exigences s'accroissent évidemment à mesure que les sources s'améliorent.

Une idée simple pour l'amélioration des performances est de remplacer le cristal de quartz par un autre cristal plus performant. L'apparition de matériaux piézoélectriques de pure synthèse comme ceux de la famille de la langasite est une opportunité pour ce remplacement. Ils sont plus faciles à produire, puisqu'issus d'un mélange d'éléments basiques, contrairement au quartz qui nécessite de posséder de grosses quantités de cristaux naturels. Il reste à déterminer si leurs potentialités en terme de bruit sont à la hauteur des espérances.

Pour le cas des résonateurs composés de cristal de quartz, des études sont toujours en cours pour tenter de comprendre les mécanismes de bruits limitant leur stabilité. Pour l'instant, aucune réponse satisfaisante n'a pu être apportée quant à la limite possible de la stabilité. Un phénomène physique observé est le suivant : lorsque des cristaux sont refroidis à très basses températures, les pertes internes du cristal sont atténuées et du coup ce dernier présente un coefficient de qualité plus important qu'à température ambiante. Il est concevable (mais absolument pas prouvé !) que si le bruit provenant de l'élément résonateur est lié à son facteur de qualité alors les performances peuvent être améliorées avec la diminution de la température.



Les limites du résonateur à quartz seraient alors repoussées, et pourquoi ne pas imaginer alors transposer ce principe aux matériaux de pure synthèse.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont un point commun : la recherche de sources toujours plus stables dans le domaine des temps courts. Ils se divisent en deux parties distinctes :

- L'étude des potentialités d'un nouveau matériau piézoélectrique de pure synthèse en remplacement du cristal de quartz. Cette première partie est exposée dans le chapitre II. Le calcul, l'optimisation et la réalisation de résonateurs prototypes sont passés en revue. Ensuite, la conception et la réalisation de leur électronique d'entretien sont décrites. Enfin, les résultats en terme de bruit sont discutés.
- L'utilisation du phénomène physique observée à basse température (typiquement celle de l'hélium liquide) qu'est l'augmentation du facteur de qualité dans les résonateurs en quartz à ondes de volume. Cette seconde partie est présentée dans le chapitre III. Le dispositif expérimental mis en place spécialement pour ces travaux est exposé. Par la suite, sont exposés l'ensemble des mesures et caractérisations de résonateurs et de transistors à température cryogénique. Ensuite est développé l'électronique prévue pour fonctionner dans ces conditions de froid. Et enfin, les premiers résultats de stabilités d'oscillateurs cryogéniques sont présentés.

Le chapitre I contient tous les rappels essentiels à la bonne compréhension des enjeux, des choix et des résultats présentés tout au long de ce manuscrit. Enfin, en dernier lieu, la conclusion de ces travaux est complétée par les perspectives futures.

# Chapitre I : Généralités



## 1) Le résonateur à ondes de volumes

La piézoélectricité, du grec piézein (presser, appuyer), est la propriété que possèdent certains corps de se polariser électriquement sous l'action d'une contrainte mécanique et réciproquement, de se déformer lorsqu'un champ électrique est appliqué, ces deux effets sont indissociables. Cet effet a été découvert par les frères Pierre et Jacques Curie en 1880. Ils observèrent et expérimentèrent cet effet sur des cristaux de quartz, de tourmaline, de topaze, de sucre et enfin de sel de Rochelle. En 1910, Woldemar Voigt du Lehrbuch der Kristallphysik définit rigoureusement les constantes piézoélectriques dans le formalisme de l'analyse tensorielle. Dix années après, au début des années 1920, le premier oscillateur à quartz vit le jour, ouvrant ainsi la voie aux systèmes actuels de contrôle de fréquence. Jusqu'à nos jours, la théorie décrivant le fonctionnement des matériaux piézoélectriques ainsi que les diverses applications l'utilisant n'ont pas cessé d'être développées.

Il existe un nombre important de matériaux piézoélectriques, ils peuvent être classés en deux grandes catégories :

- Les naturels : le quartz, la topaze, la tourmaline, la berlinite, le sucre, le sel de Rochelle...
- Les synthétiques : céramiques PZT, l'orthophosphate de gallium ( $\text{GaPO}_4$ ), l'arséniat de gallium ( $\text{GaAsO}_4$ ), la langasite ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ ), la langatate ( $\text{La}_3\text{Ga}_{5.5}\text{Ta}_{0.5}\text{O}_{14}$ )...

Ces cristaux se trouvent sous différentes formes telles que : monocristalline, céramique, couche mince et enfin composite. Dans ces travaux, nous nous intéresserons uniquement aux formes monocristallines du quartz, de la langasite et de la langatate.

## 1.A) Les matériaux et coupes

### 1.A.1) Le cristal de quartz

Le cristal de quartz se trouve sous forme naturelle et synthétique. Pour la réalisation de résonateurs de hautes qualités la seconde forme lui est préférée. Elle lui offre l'avantage d'être ultra pur et exempt de défauts mécaniques (du type dislocation), souvent présents dans les cristaux naturels. Il faut savoir qu'il est indispensable de posséder du cristal de quartz naturel pour pouvoir en fabriquer du synthétique.

La fabrication de quartz synthétique reproduit les conditions naturelles qui ont fait naître les cristaux de roche. Les éléments suivants doivent être combinés pour que la cristallisation s'opère : de l'eau additionnée d'éléments basiques ou acides pour dissoudre les éléments minéraux qui l'entourent, de fortes températures de l'ordre de 350 °C et de fortes pressions allant jusqu'à 1 500 kg/cm<sup>2</sup>. La Fig. 1 montre un groupement de cristaux de quartz à l'état naturel et un cristal synthétique de haute qualité.



**Fig. 1** A gauche : photo d'un cristal de quartz naturel, à droite : photo d'un monocristal de quartz synthétique.

Le quartz est un matériau anisotrope, c'est-à-dire que ses propriétés mécaniques et électriques varient suivant l'orientation considérée dans le cristal. Les différentes coupes de ce cristal se divisent en deux grandes catégories : les coupes à double rotation et à simple rotation. La Fig. 2 présente le repérage des axes cristallographiques du quartz gauche et droit, et la Fig. 3 représente les angles de rotations simple et double. Voici ci-dessous la liste des coupes les plus utilisées :

- Coupe LD [1] : Low Defect, cette coupe à double rotation sert à la fabrication de résonateurs dont la fréquence de résonance est peu sensible à la puissance d'excitation.
- Coupe SC : Stress Compensated, c'est une coupe à double rotation qui offre un faible effet force-fréquence ainsi qu'une faible sensibilité fréquentielle à la température.
- Coupe FC : Frequency Compensated, elle permet d'avoir une faible variation de fréquence sur une plage étendue de température. C'est une coupe à double rotation.
- Coupe IT : Coupe compensée en température à double rotation.
- Coupe LC : Coupe ayant une variation de fréquence quasi-linéaire avec la température.
- Coupe SBTC : Coupe développée pour une utilisation en capteur bi-mode, le mode B thermométrique est peu sensible à la pression alors que le mode C sert de capteur de pression.
- Coupe BT : Coupe compensée en température à simple rotation.
- Coupe AT : Coupe compensée en température à simple rotation.

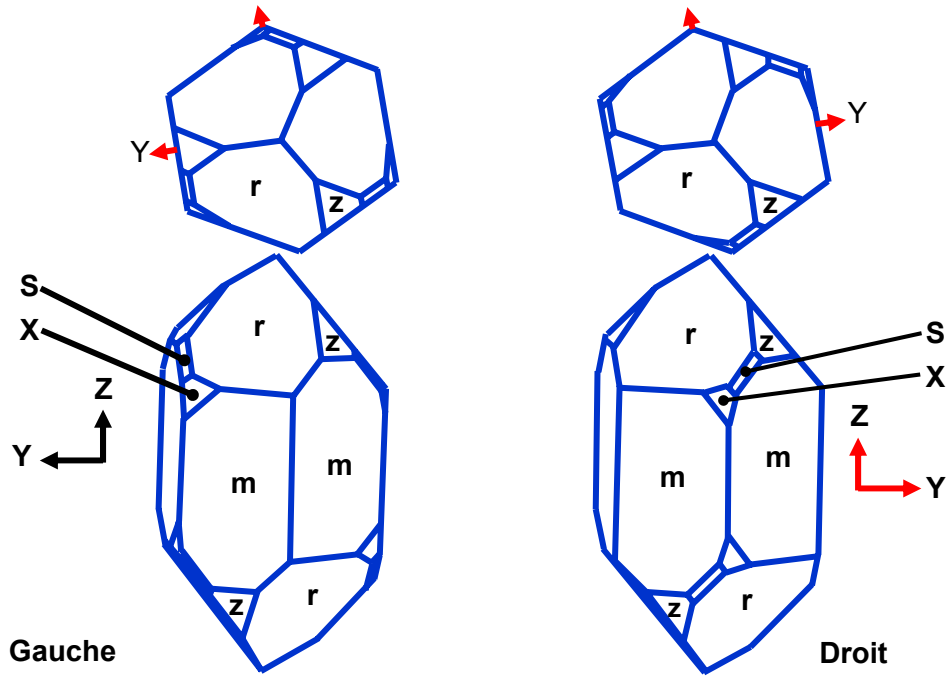


Fig. 2 Orientation cristallographique des axes du cristal de quartz.

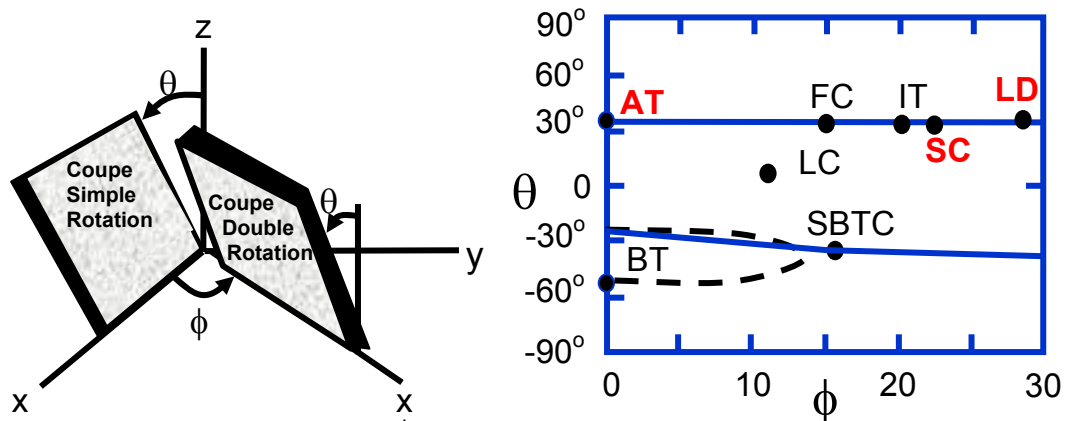


Fig. 3 Repère cristallographique et coupes du cristal de quartz [2], les plus utilisés industriellement sont en rouge.

### 1.A.2) Les cristaux de langasite et de langatate

Les cristaux de langasite ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ , LGS) et de langatate ( $\text{La}_3\text{Ga}_{5.5}\text{Ta}_{0.5}\text{O}_{14}$ , LGT) se trouvent uniquement sous forme synthétique et contrairement au cristal de quartz, ils ne nécessitent aucun cristal naturel pour être fabriqués. Pour les monocristaux, le procédé de fabrication utilisé est celui de Czochralski. Il est analogue à la méthode de tirage du silicium utilisée pour les applications microélectroniques.

Cette méthode consiste en une solidification orientée à partir d'un germe monocristallin de petite taille. La base est le matériau fondu à une température juste au-dessus du point de fusion, avec un gradient de température contrôlé. Le germe est placé dans une navette suspendue au dessus du liquide par une tige. Le liquide se solidifie sur le germe, en gardant la même organisation cristalline (épitaxie), au fur et à mesure que le germe est tiré vers le haut tout en le faisant tourner (à vitesse très lente). L'opération se passe sous atmosphère neutre et contrôlée (argon ou azote) pour éviter les phénomènes d'oxydation. Un cristal de langasite d'origine Russe du fabricant Vniisims est visible sur la Fig. 4 et un cristal de langatate du fabricant AMPAC (USA) sur la Fig. 5.



**Fig. 4** Cristal de langasite.



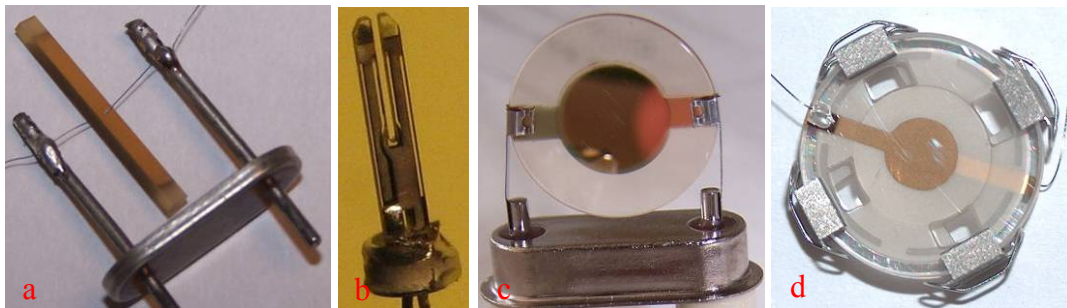
**Fig. 5** Cristal de langatate.

## 1.B) Topologies de résonateurs acoustiques

Il existe de nombreuses sortes de résonateurs à ondes acoustiques de volume. Les formes les plus courantes sont :

- Les barreaux
- Les diapasons
- Les plaques
- ...

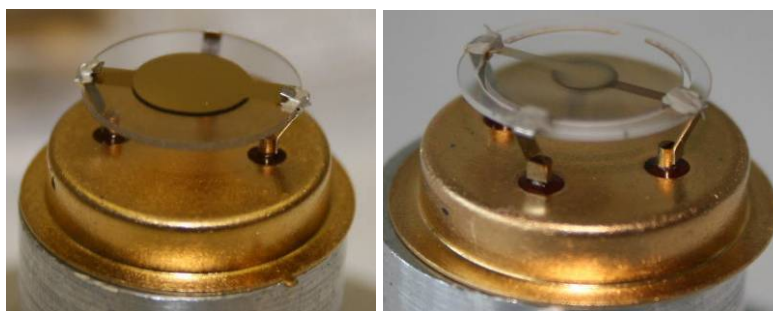
Tous ces résonateurs ont un point commun : ils exploitent une vibration mécanique qui est entretenue et utilisée par le phénomène de piézoélectricité servant d'interface mécanique/électrique. Dans la suite de ces travaux, nous nous intéresserons uniquement aux résonateurs de types plaques à ondes de volume.



**Fig. 6** Résonateurs de type barreau (a), diapason (b), plaque (c) et de type BVA (d).

Les résonateurs de type circulaire se divisent en différents sous groupes. Le plus simple est celui sans découpe avec des électrodes déposées directement sur le cristal (aussi appelé électrodes adhérentes). Il présente une plus grande sensibilité à l'environnement (thermique, pression mécanique, vibrations...).

La version plus évoluée est le résonateur avec des ponts découpés séparant mécaniquement la partie active où a lieu la vibration acoustique de la zone du support. Le résonateur est alors thermiquement isolé des attaches du boîtier. Les ponts sont positionnés dans les axes de sensibilités minimales de la fréquence aux contraintes mécaniques. Ces deux types sont illustrés en Fig. 7.



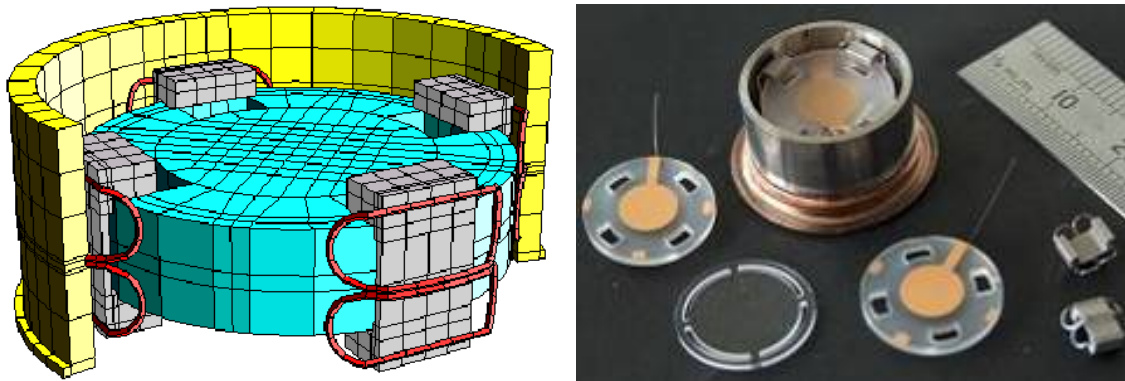
**Fig. 7** Photos de deux résonateurs à électrodes adhérentes, à gauche sans découpe (pont) et à droite avec découpes de ponts.

La version la plus évoluée de résonateur est la structure B.V.A. (Boîtier à Vieillessement Amélioré) [3], c'est aussi la solution la plus difficile à mettre en œuvre. Elle est constituée d'un nombre plus important d'éléments, la pastille résonante possède des découpes de ponts, les électrodes sont déposées sur deux pièces supplémentaires. Elles forment les condensateurs et sont positionnées de part et d'autre du résonateur puis maintenues par un jeu de quatre clips.



Cet ensemble est ensuite suspendu dans une bague métallique au moyen de ressorts. Le tout est encapsulé dans un boîtier de type HC40.

Cette structure confère au résonateur une faible sensibilité aux accélérations et contraintes mécaniques. De plus, la structure joue un rôle de filtre thermique important et permet à l'ensemble d'avoir un très bon comportement. Enfin, le fait de ne pas avoir de métaux déposés directement sur le résonateur, diminue la pollution du cristal et réduit les effets de dérive (vieillissement). Les détails de la structure sont en Fig. 8.

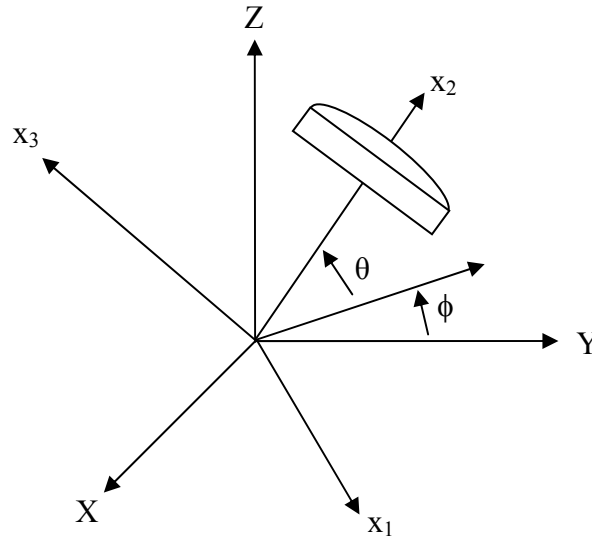


**Fig. 8** Vue éclatée de l'intérieur d'un résonateur de type BVA. Détail des pièces constitutives d'un tel résonateur.

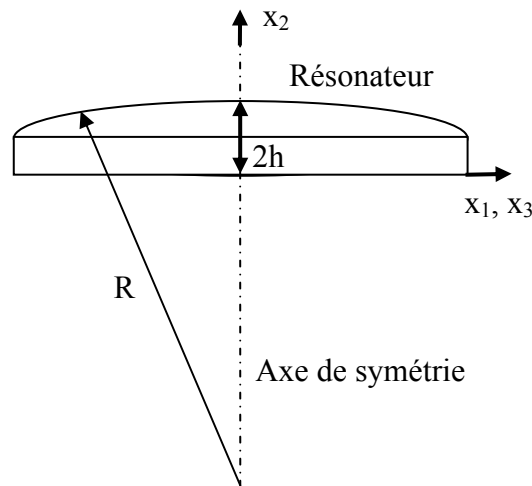
En général, ces résonateurs sont encapsulés sous un vide secondaire de qualité (typiquement  $10^{-7}$  mbar), afin de pleinement profiter du coefficient de qualité du matériau. Comme la vibration est de type acoustique, l'air autour du résonateur atténue les vibrations et dégrade le coefficient de qualité. Typiquement une telle atténuation peut atteindre des rapports supérieurs à 2 entre vide et pression atmosphérique !

## 1.C) Vibration acoustique

Dans cette section, sont présentés les éléments de théorie permettant de comprendre le fonctionnement du résonateur et l'optimisation du piégeage des vibrations acoustiques. La Fig. 9 définit la position du résonateur de coupe  $Y(\phi, \theta)$  par rapport à son repère associé  $(x_1, x_2, x_3)$  et par rapport au repère des axes cristallographiques  $(X, Y, Z)$ . La Fig. 10 permet de définir l'épaisseur  $2h$  du centre du résonateur ainsi que le rayon de courbure  $R$  de la partie sphérique.



**Fig. 9** Définition des angles de coupes et des axes du résonateur dans le repère cristallographique.



**Fig. 10** Coupe d'une lame de quartz avec une face sphérique.

Les équations utilisées sont données en notation tensorielle en accord avec la convention d'Einstein. La notation de Christoffel  $q_{,j} \equiv \frac{\partial q}{\partial x_j}$  est utilisée ici pour la dérivée partielle par rapport à  $x_j$  de la quantité  $q$ .

### 1.C.1) Propagation d'une onde dans un milieu piézoélectrique

Notations des grandeurs physiques et unités :

- $T$  = contrainte (N/m<sup>2</sup>)
- $u$  = déplacement (m)
- $\phi$  = potentiel électrique (V)
- $c$  = constante élastique (N/m<sup>2</sup>)
- $\eta$  = coefficient de la viscosité (m<sup>2</sup>/s)
- $e$  = constante piézoélectrique (C/m<sup>2</sup>)
- $\varepsilon$  = permittivité diélectrique (F/m<sup>2</sup>)
- $D$  = déplacement électrique (C/m<sup>2</sup>)
- $\rho$  = masse volumique (kg/m<sup>3</sup>)
- $t$  = temps (s)
- $\omega$  = pulsation (rad/s)
- $v$  = vitesse de propagation (m/s)

Pour comprendre le couplage entre l'onde électrique et la vibration mécanique du cristal, le cas général d'une direction de propagation quelconque  $n$  ( $n_1, n_2, n_3$ ) sera étudié. Exprimons la loi de comportement électromécanique (1) et la loi de déplacement électrique (2) :

$$T_{ij} = c_{ijkl} u_{k,l} + \eta_{ijkl} \dot{u}_{k,l} + e_{kij} E_k \quad (1)$$

$$D_j = e_{jkl} u_{l,k} + \varepsilon_{jk} E_k \quad (2)$$

L'équation fondamentale de la dynamique est la suivante :

$$\rho \ddot{u}_i = T_{ij,j} \quad (3)$$

L'équation de Poisson pour un corps isolant est la suivante :

$$D_{i,i} = 0 \quad (4)$$

L'équation de Maxwell dans l'approximation quasi-statique est la suivante :

$$E_k = -\phi_{,k} \quad (5)$$

Si l'amortissement exprimé par  $\eta_{ijkl}$  dans (1) est négligé, alors l'expression (3) peut être écrite sous la forme :

$$\rho \ddot{u}_i = c_{ijkl} u_{k,jl} + e_{kij} \phi_{,kj} \quad (6)$$

Les expressions (2) et (4) donnent l'expression :

$$\varepsilon_{jk} \phi_{,kj} = e_{jkl} u_{l,jk} \quad (7)$$

Nous recherchons une solution sous une forme d'onde plane progressive qui se propage suivant la direction définie par le vecteur unitaire  $n$ . Le déplacement  $u_i$  et le potentiel électrique  $\phi$  sont donc considérés sous la forme :

$$u_i = u_i^0 e^{j\omega \left( t - \frac{x_j u_j}{v} \right)} \quad (8)$$

$$\phi = \phi_0 e^{j\omega \left( t - \frac{u_j x_j}{v} \right)} \quad (9)$$

$u_i$  et  $\phi$  sont remplacés par leurs expressions dans (6) et (7), puis le terme en exponentiel est simplifié :

$$\rho v^2 u_i^0 = c_{ijkl} n_l n_j u_k^0 + e_{kij} n_k n_j \phi_0 \quad (10)$$

$$e_{jkl} n_j n_k u_l^0 = \varepsilon_{jkl} n_j n_k \phi_0 \quad (11)$$

En introduisant le tenseur de Christoffel  $\Gamma_{ik}$ , (10) devient :

$$\rho v^2 u_i^0 = \left( \Gamma_{ik} + \frac{\gamma_i \gamma_k}{\varepsilon} \right) u_k^0 = \bar{\Gamma}_{ik} u_k^0 \quad (12)$$

Avec  $\Gamma_{ik} = c_{ijkl} n_j n_l$  ;  $\gamma_i = e_{kij} n_k n_j$  ;  $\varepsilon = \varepsilon_{ij} n_i n_j$ .

Les éléments du tenseur de Christoffel dépendent des constantes élastiques, piézoélectriques, diélectriques et de la direction de propagation. Rappelons les matrices de constantes établies pour un cristal de classe 32.

Matrice d'élasticité :

$$c_{ij} = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ c_{14} & -c_{14} & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{14} & \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \end{vmatrix} \quad (13)$$

Matrice piézoélectrique :

$$e_{ij} = \begin{vmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & -e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (14)$$

Matrice diélectrique :

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{vmatrix} \quad (15)$$

Le tenseur de Christoffel est symétrique  $\bar{\Gamma}_{ik} = \bar{\Gamma}_{ki}$ , ce qui nous donne 3 vecteurs propres orthogonaux dans le cas d'une propagation suivant l'axe Y :

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}_{11} &= c_{66} + \frac{e_{26}^2}{\varepsilon_{22}} ; \bar{\Gamma}_{12} = c_{62} + \frac{e_{26}e_{22}}{\varepsilon_{22}} ; \bar{\Gamma}_{13} = c_{64} + \frac{e_{26}e_{24}}{\varepsilon_{22}} \\ \bar{\Gamma}_{22} &= c_{22} + \frac{e_{22}^2}{\varepsilon_{22}} ; \bar{\Gamma}_{23} = c_{24} + \frac{e_{22}e_{24}}{\varepsilon_{22}} ; \bar{\Gamma}_{33} = c_{44} + \frac{e_{24}^2}{\varepsilon_{22}} \end{aligned}$$

Des matrices (14) à (16), il est connu que  $c_{62} = c_{64} = 0$  et que  $e_{22} = e_{24} = 0$ . Donc :

$$\bar{\Gamma}_{ik} = \begin{vmatrix} \bar{c}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & c_{24} \\ 0 & c_{24} & c_{44} \end{vmatrix} \quad (16)$$

Avec  $\bar{c}_{66} = c_{66} + \frac{e_{26}^2}{\varepsilon_{22}}$  le coefficient de raideur durci.

Les valeurs et vecteurs propres de la matrice (16) correspondent aux vitesses de propagation et aux vecteurs déplacements.

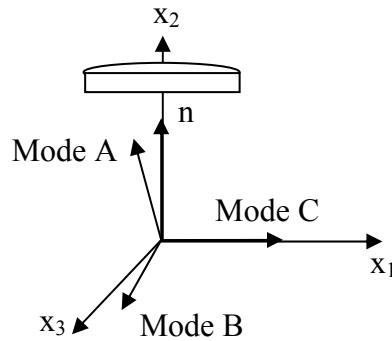
Les vitesses ont pour expressions :

$$v_C^2 = \frac{\bar{c}_{66}}{\rho} ; v_B^2 = \frac{c_{22} + c_{44} - \sqrt{(c_{22} + c_{44})^2 + 4c_{24}^2}}{2\rho} ; v_A^2 = \frac{c_{22} + c_{44} + \sqrt{(c_{22} + c_{44})^2 + 4c_{24}^2}}{2\rho}$$

Les vecteurs propres ont pour expressions :

$$\vec{u}_C = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} ; \vec{u}_B = \begin{vmatrix} 0 \\ \alpha \\ \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \end{vmatrix} ; \vec{u}_A = \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \\ \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} \end{vmatrix} \text{ avec } \alpha = \frac{c_{22} - c_{44} + \sqrt{(c_{22} - c_{44})^2 + 4c_{24}^2}}{2c_{24}}$$

Il existe trois modes de vibration distincts. Chacun est défini par une vitesse de propagation et un vecteur propre. Les vitesses des trois modes sont classées par ordre :  $v_A \geq v_B \geq v_C$ . Le mode A correspond à une onde quasi longitudinale qui a une direction de déplacement proche de celle de la propagation. Les modes B et C sont des ondes quasi-transversales. Cependant, pour certaines directions de propagation les trois modes ne seront pas forcément tous excités. Ainsi, pour une coupe Y,  $n_1 = n_2 = 0$  et  $n_3 = 1$ , seul le mode le plus lent sera excité. Pour une coupe à double rotation (SC, LD...) les trois modes seront excités !



**Fig. 11** Vecteurs déplacements des trois modes A, B et C pour une direction de propagation suivant l'axe  $x_2$ .

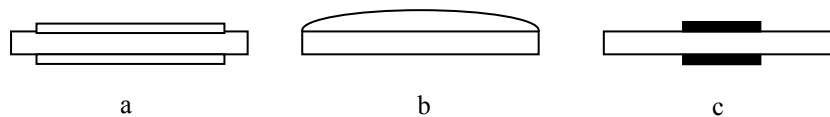
### 1.C.2) Confinement de la vibration

Les résonateurs hautes fréquences à coefficient de qualité élevé, utilisés dans les oscillateurs ultra-stables, mettent en jeu un mécanisme qui permet de confiner la vibration acoustique au centre du résonateur. De ce fait, les conditions limites sur les bords du résonateur sont automatiquement satisfaites, puisque la vibration y est quasiment nulle.

Le piégeage de la vibration peut être obtenu par deux moyens :

1/ Par un résonateur dont l'épaisseur sur les bords est plus faible qu'au centre. Sa forme peut être alors de type plan-convexe (Fig. 12b). Il s'agit d'une solution pratique pour amincir la partie externe du résonateur ; elle convient pour les résonateurs de fréquence inférieure à 20 MHz. Une seule partie convexe est généralement réalisée pour éviter de doubler les difficultés de réalisation.

Pour les fréquences plus élevées, comme le rayon de courbure à utiliser devient trop grand, une forme "mesa" (Fig. 12a) est préférée



**Fig. 12** Solutions pour le piégeage de la vibration.

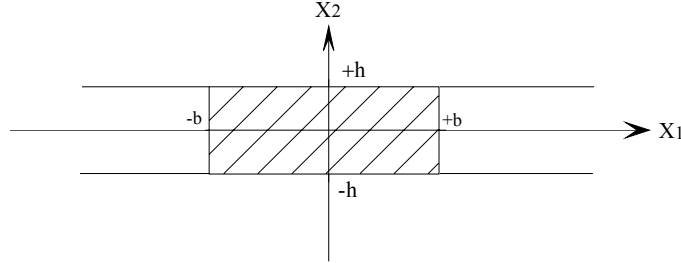
2/ Par un effet de masse des électrodes ("mass-loading") : pour des fréquences élevées, le rapport entre la masse du résonateur et celles des électrodes peut être utilisé pour piéger la vibration. Seule la partie centrale du résonateur, réalisée dans une lame à faces parallèles, est métallisée.

Le piégeage est essentiellement gouverné par l'écart en fréquence  $\Delta_n$  de la partie centrale et externe du résonateur et par les constantes de dispersion  $M_n$  et  $P_n$  propres à la coupe et au rang de partiel utilisés.

Dans le cas du résonateur à électrodes non adhérentes, la solution du piégeage par effet de masse est évidemment impossible à utiliser.

### 1.C.3) Le piégeage d'énergie

La première théorie analytique de ce type de résonateurs est due à Curran, Koneval et Shockley en 1963 [4]. Elle est basée sur la notion de fréquence de coupure dans le cas d'une onde qui se propage dans une direction perpendiculaire à la normale à la plaque dans laquelle est réalisé le résonateur.



**Fig. 13** Principe du piégeage de la vibration.

Si la portion de la plaque entourant la partie centrale (en hachure sur la Fig. 13) présente une fréquence de coupure supérieure à la fréquence d'excitation du résonateur alors l'énergie vibratoire est essentiellement confinée dans la partie centrale. La distribution d'énergie en fonction de la distance par rapport au centre du résonateur décroît de façon exponentielle. Cette décroissance n'est pas associée à une perte d'énergie, mais agit pour "piéger" l'énergie de vibration dans la région confinée au centre du résonateur.

La théorie du "piégeage de l'énergie" dans un résonateur piézoélectrique est basée sur la relation de dispersion liant la fréquence de résonance d'une plaque plane infinie aux nombres d'ondes (propagation ou atténuation) dans les deux directions  $x_1$  et  $x_3$  contenues dans le plan de la plaque.

Si  $u$  désigne le déplacement mécanique dans une plaque plane infinie, son expression générale tenant compte de sa dépendance en fonction de  $x_1$  et  $x_3$  est la suivante :

$$u = A \sin \eta x_2 e^{-j\xi x_1} e^{-j\nu x_3} e^{j\omega t} \quad (17)$$

Où  $\eta$ ,  $\xi$  et  $\nu$  sont les nombres d'ondes suivant l'épaisseur  $x_2$  et les directions  $x_1$  et  $x_3$  dans le plan de la plaque. La relation de dispersion, lorsque les nombres d'ondes sont petits, est de la forme [5] :

$$M_n \xi^2 + P_n \nu^2 + \rho \omega_n^2 = \rho \omega^2 \quad (18)$$

$\rho$  est la masse volumique du matériau constituant le résonateur et  $\omega_n$  la fréquence de résonance de celui-ci dans le cas unidimensionnel (lorsqu'aucune dépendance de l'amplitude en fonction de  $x_1$  et  $x_3$  n'intervient).

A l'origine, Shockley et al. avaient utilisé pour  $M_n$  et  $P_n$ , appelées constantes de dispersion, des expressions obtenues par Mindlin et Gazis [5] dans le cas de résonateurs en quartz de coupe AT à simple rotation. La relation (17) constitue une approximation par une parabole des courbes de dispersion.

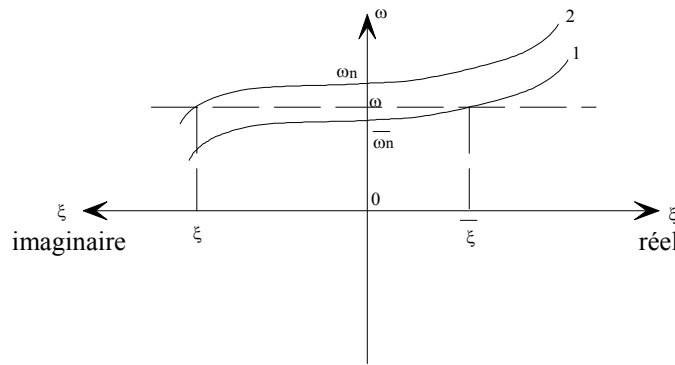
$$\omega = f(\omega_n, \xi, \nu) \text{ , au voisinage de } \xi = \nu = 0. \quad (19)$$

Il est bien sûr possible de tracer numériquement ces courbes en partant de la théorie des plaques de Mindlin et d'en tirer  $M_n$  et  $P_n$ . Tiersten et Stevens [6], ont donné une expression analytique permettant de calculer  $M_n$  et  $P_n$  dans le cas de coupes d'orientations quelconques, dites « coupes à double rotation », comme les coupes SC et LD.

Les expressions complètes de  $M_n$  et  $P_n$  obtenues par Stevens et Tiersten sont assez compliquées et ne sont pas reproduites ici. Elles figurent en particulier dans la référence [6]. Il faut noter que ces expressions sont valables quelle que soit la classe cristallographique à laquelle appartient le matériau dont est fait le résonateur. Elles ne se limitent donc pas au cas de la classe 32 du quartz ou de la langasite.

Les constantes  $M_n$  et  $P_n$  dépendent du rang de partiel  $n$  du résonateur et de la famille du mode considéré (A, B ou C).

Comme indiqué au départ par Shockley et al., le principe du piégeage consiste à obtenir une onde évanesccente dans la partie externe du résonateur. Dans le cas à deux dimensions de la Fig. 14, ce résultat est obtenu si les constantes  $M_n$  et  $P_n$  sont positives tout en ayant une fréquence de résonance  $\bar{\omega}_n$  en plaque plane infinie de la partie centrale du résonateur inférieure à la fréquence de résonance  $\omega_n$  de la partie externe. Les courbes de dispersion sont alors décalées pour les deux parties du résonateur, comme indiqué sur la Fig. 14.



**Fig. 14** Allure des courbes de dispersion pour les deux parties du résonateur.

La courbe 1 correspond à la partie centrale et la courbe 2 à la partie externe. A la fréquence de résonance  $\omega$  du résonateur, le nombre d'onde  $\bar{\xi}$  pour la partie centrale est réel, et le nombre d'onde  $\xi$  pour la partie externe est imaginaire. La fréquence  $\omega$  du résonateur complet est telle que, les conditions de continuité des contraintes et des déplacements soient satisfaites à la frontière entre les deux parties du résonateur. L'écart en fréquence  $\bar{\omega}_n - \omega_n$  étant en pratique petit (de l'ordre de 1% en relatif), les constantes de dispersion  $M_n$  et  $P_n$  sont les mêmes pour les deux courbes 1 et 2 qui sont donc simplement translatées. La réalisation pratique d'un résonateur « à énergie piégée » consiste donc à obtenir un écart  $\bar{\omega}_n - \omega_n$  négatif.

Pour ce faire, nous rappelons ici brièvement quelques résultats relatifs aux résonateurs piézoélectriques en plaque plane-infinie.

Dans un repère lié à la plaque, la contrainte mécanique  $T_{ij}$  et le déplacement électrique  $D_i$  s'expriment de la manière suivante :

$$T_{ij} = c_{ijkl}u_{k,l} + e_{mij}V_{,m}; \quad D_i = -\varepsilon_{ij}V_{,j} + e_{ikl}u_{k,l} \quad (20)$$

Où  $u_k$  représente les composantes du déplacement mécanique et  $V$  celles du potentiel électrique dans la plaque. Toutes deux doivent vérifier les équations d'équilibre :

$$T_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i, \quad D_{i,i} = 0 \quad (21)$$



Dans le cas où est considérée une onde plane se propageant dans la direction  $x_2$  de la normale à la plaque, seules les dérivées par rapport à  $x_2$  sont non nulles. C'est le cas en prenant comme solution :

$$u_i = A_i e^{j(\omega t - \eta x_2)} \quad (22)$$

En reportant (22) dans les relations (6) et (7), puis en combinant les équations d'équilibre, un problème classique de détermination des vecteurs propres et valeurs propres de la matrice de Christoffel est obtenu. Il peut être écrit sous la forme :

$$\left( \bar{c}_{2nr2} - e \frac{\omega^2}{\eta^2} \delta_{nr} \right) A_r = 0 \quad (23)$$

Avec  $\bar{c}_{2nr2} = c_{2nr2} + \frac{e_{22n}e_{22r}}{\epsilon_{22}}$  qui sont les coefficients "durcis" et  $\delta_{nr}$  le symbole de Kronecker. Les vitesses  $v = \frac{\omega}{\eta}$  et les polarisations des trois ondes, correspondant aux trois modes du résonateur, sont obtenues en annulant le déterminant des coefficients  $A_r$  :

$$|\bar{c}_{2nr2} - \bar{c} \delta_{nr}| = 0 \quad (24)$$

Où :  $\bar{c} = \rho \frac{\omega^2}{\eta^2}$  est la constante élastique associée à chaque mode. Trois valeurs possibles pour  $\bar{c}$  sont obtenues. Elles sont notées  $\bar{c}_{(\lambda)}$ , en général de valeurs différentes, de sorte que dans un résonateur excité au voisinage d'une fréquence de résonance, seul un mode dispose d'une amplitude notable.

Dans un résonateur piézoélectrique, seuls les modes de résonance impaire en  $x_2$  peuvent être excités par le champ électrique créé par les électrodes déposées à la surface du résonateur. Dans ces conditions :

$$u_i = A_i \sin \eta x_2 e^{j\omega t} \quad (25)$$

Les rapports d'amplitudes  $A_2/A_r$  et  $A_3/A_l$  étant obtenus à partir de (23). En reportant dans (4), compte tenu de (2), la relation entre le potentiel électrique  $V$  et le déplacement mécanique  $u$  est alors obtenue.

$$V = \frac{e_{2k2}}{\epsilon_{22}} u_k + A x_2 + B \quad (26)$$

Les constantes d'intégration dépendent des conditions aux limites électriques sur les faces du résonateur.

➤ **Cas d'un résonateur métallisé :**

Les fréquences propres sont obtenues en prenant comme conditions électriques aux limites, un potentiel nul en  $x_2 = \pm h$ , dans ce cas :

$$B = 0 \quad \text{et} \quad A = -\frac{e_{2k2}u_k(+h)}{\varepsilon_{22}h} \quad (27)$$

Si  $m$  est la masse par unité de surface des électrodes, les conditions aux limites pour les contraintes sont :

$$T_{2j} = \mp m\ddot{u}_j \quad \text{en} \quad x_2 = \pm h \quad (28)$$

En exprimant la contrainte  $T_{2j}$  (1) avec le potentiel ci-dessus, les fréquences de résonance à partir de l'équation transcendante peuvent s'écrire :

$$\operatorname{tg} \eta^{(\lambda)} h = \eta^{(\lambda)} h / k_\lambda^2 \quad \text{où} \quad k_\lambda = \frac{(e_{2k2}A_k)^2}{\varepsilon_{22}h} \quad (29)$$

$A_k$  étant l'amplitude normalisée.  $\eta^{(\lambda)} h$  étant voisin de  $n\frac{\pi}{2}$ ,  $n$  impair. Les racines de (29) peuvent être mises sous la forme approchée :

$$\eta^{(\lambda)} h = \frac{n\pi}{2} \left( 1 - \frac{4k_\lambda^2}{n^2\pi^2} - R \right) \quad (30)$$

Où  $R = \frac{m}{\rho h}$  est le rapport entre la masse des électrodes et la masse du résonateur. La fréquence de résonance vaut alors :

$$\bar{\omega}_n = \frac{n\pi}{2h} \sqrt{\frac{\bar{c}_{(\lambda)}}{\rho}} \left( 1 - \frac{4k_\lambda^2}{n^2\pi^2} - R \right) \quad (31)$$

➤ **Cas d'un résonateur non métallisé :**

Dans ce cas, la condition électrique approchée aux limites est la suivante :

$$D_2 = 0; \quad x_2 = \pm h \quad (32)$$

Donc :

$$V_{,2} = \frac{e_{2k2}}{\varepsilon_{22}} u_{k,2} \quad (33)$$

Et dans ce cas, la fréquence de résonance vaut :

$$\omega_n = \frac{n\pi}{2h} \sqrt{\frac{\bar{c}_{(\lambda)}}{\rho}} \quad (34)$$

➤ **Cas des résonateurs plan-convexes :**

Dans le cas des résonateurs fonctionnant à 5 ou 10 MHz, le confinement de la vibration est obtenu par variation continue de l'épaisseur en donnant à une face une forme convexe caractérisée par son rayon de courbure  $R$ .

En partant de la relation de dispersion (18), Tiersten [6] a proposé de reconstruire une équation aux dérivées partielles gouvernant le mode de vibration du résonateur. Elle est valable pour des résonateurs d'orientations quelconques. Les solutions de cette équation sont les modes de vibration du résonateur :

$$u = \sin \frac{n\pi x_2}{2h} e^{-\alpha_n x_1/2} H_m(\sqrt{\alpha_n} x_1) e^{-\beta_n x_1/2} H_p(\sqrt{\beta_n} x_3) \quad (35)$$

$H_m$  et  $H_p$  étant les polynômes d'Hermite, et  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  des constantes liées aux constantes de dispersion et au rayon de courbure  $R$  du résonateur.

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{n^2 \pi^2 \bar{c}}{8Rh_0^3 M_n}}; \quad \beta_n = \sqrt{\frac{n^2 \pi^2 \bar{c}}{8Rh_0^3 P_n}} \quad (36)$$

$$f_n^2 = \frac{n^2}{16h_0^2} \frac{\bar{c}}{\rho_0} \left( 1 - 8 \frac{k_\alpha^2}{n^2 \pi^2} \right) \quad (37)$$

Les fréquences de résonance du résonateur fini sont alors données par :

$$f_{nmp}^2 = f_n^2 \left[ 1 + \frac{1}{n\pi} \sqrt{\frac{2h_0}{R_0}} \left( \sqrt{\frac{M_n}{\bar{c}}} (2m+1) + \sqrt{\frac{P_n}{\bar{c}}} (2p+1) \right) \right] \quad (38)$$

Où  $f_n$  représente la fréquence d'une plaque plane infinie.  $n$  désigne le rang de partiel et  $m$  et  $p$  les modes anharmoniques du résonateur. Normalement seul le mode pour lequel  $m = p = 0$  est employé.

#### 1.C.4) Le défaut d'isochronisme

Si seule la non-linéarité du quartz du point de vue mécanique est prise en compte, les (premiers) auteurs [7], [8] obtiennent, pour la variation relative de fréquence d'un résonateur de coupe AT en fonction de l'amplitude  $a$  de la vibration, l'expression :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{9}{128} \frac{n^2 \pi^2}{\bar{c}_{66} h^2} \gamma a^2 \quad (39)$$

Avec  $2h$  épaisseur du résonateur et  $n$  rang de partiel.  $\bar{c}_{66}$  est le coefficient élastique durci et s'exprime comme ci-dessous (voir (16)) :

$$\bar{c}_{66} = c_{66} + \frac{e_{26}^2}{\varepsilon_{22}} \quad \text{et} \quad \gamma \cong \frac{1}{6} c_{6666} \quad (40)$$

$C_{6666}$  est un coefficient élastique non linéaire du quatrième ordre, la contrainte  $T_6$  étant égale à :

$$T_6 = c_{66}u_{1,2} + \frac{1}{2}c_{666}(u_{1,2})^2 + \frac{1}{6}c_{6666}(u_{1,2})^3 \quad (41)$$

Les coefficients élastiques non linéaires du troisième ordre du quartz ont été mesurés par Thurston [9]. La détermination expérimentale du défaut d'isochronisme de résonateurs de coupe AT ou SC montre que la contribution des coefficients du second et du troisième ordre est trop faible pour expliquer l'effet observé et que, celui-ci est dû principalement aux coefficients du quatrième ordre.

Du point de vue de l'électronicien, le défaut d'isochronisme est obtenu en fonction d'une grandeur électrique, courant, tension ou puissance appliquée au résonateur, plutôt qu'en fonction de l'amplitude de la vibration (voir Fig. 15).

Dans un résonateur à énergie piégée, la relation entre ces grandeurs et l'amplitude de vibration dépendent de la surface des électrodes et du piégeage de la vibration. C'est-à-dire que pour une même coupe, et pour le même rang de partiel, des résonateurs de conceptions différentes présenteront des défauts d'isochronisme plus ou moins importants. Le piégeage de la vibration est présenté dans le paragraphe précédent, où sont introduites les quantités qui sont utilisées ici ( $M_n, P_n \dots$ ).

L'analyse du comportement non linéaire d'un résonateur à énergie piégée est assez complexe, notamment à cause de la variation considérable de l'amplitude de la vibration du centre au bord du résonateur. La première étude du défaut d'isochronisme prenant en compte le piégeage de la vibration dans un résonateur plan convexe a été faite par Nassour [10]. Dans ce cas de type de résonateur, le défaut d'isochronisme est :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{9\sqrt{2}}{32} \frac{\rho \gamma P}{n \pi^2 \eta \bar{c}^{\left(\frac{3}{2}\right)} R^{\frac{1}{2}} (M_n P_n)^{\frac{1}{4}} h^2} \quad (42)$$

- $\rho$  = masse volumique du quartz
- $n$  = rang de partiel
- $\bar{c}$  = coefficient élastique de propagation pour le mode C
- $\gamma$  = amortissement acoustique (partie imaginaire du coefficient élastique complexe :  $\bar{c}^* = \bar{c} + j \eta \omega$ )
- $R$  = rayon de courbure du résonateur
- $2h$  = épaisseur du résonateur (au centre)
- $M_n, P_n$  = constantes de dispersion
- $P$  = puissance électrique appliquée au résonateur

$\gamma$  est la combinaison des coefficients élastiques non linéaires, en particulier du quatrième ordre. Vu l'impossibilité de la calculer puisque ces derniers coefficients n'ont jamais été mesurés, son expression ne présente qu'un intérêt académique. Elle n'est pas reproduite ici.

La relation (42) montre que le défaut d'isochronisme dépend du coefficient de qualité  $Q$  du résonateur, puisque  $\eta$  est relié à ce dernier par la relation :

$$Q = \frac{\bar{c}}{\eta \omega} \quad (43)$$

Tracé en fonction de la puissance, ou de la tension, le défaut d'isochronisme est d'autant plus élevé que le résonateur a un bon coefficient de qualité. Il est aussi fonction du rayon de courbure. Un résonateur fortement piégé, pour lequel  $R$  est faible, présentera un défaut d'isochronisme plus important qu'un résonateur moins piégé.

En utilisant une méthode itérative, au lieu de la méthode de perturbation utilisée par Nassour, Tiersten et Stevens [11], l'expression obtenue est sensiblement équivalente pour le défaut d'isochronisme, malgré un coefficient  $\gamma$  ayant une expression différente.

La puissance  $P$  intervenant dans (42) est :

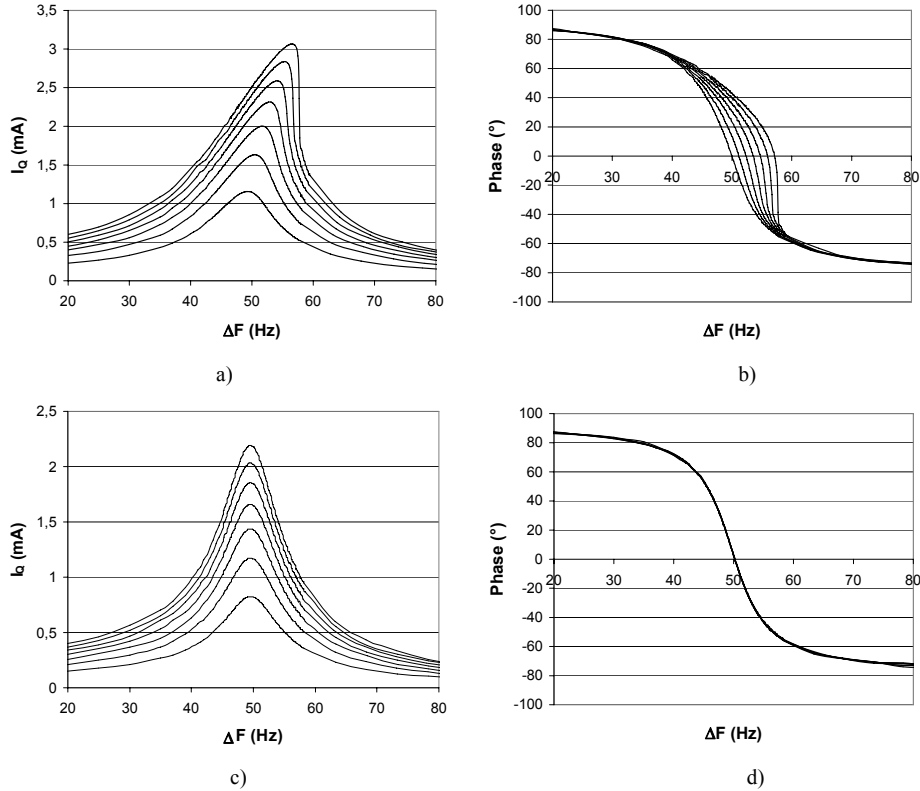
$$P = \frac{V^2}{R_m} = R_m I^2 \quad (44)$$

Où  $V$  est la tension appliquée au résonateur et  $R_m$  sa résistance motionnelle.  $I$  est le courant dans le résonateur. A partir de (42), le défaut d'isochronisme en fonction de  $V^2$  ou  $I^2$  peut donc être exprimé à partir de l'expression de la résistance motionnelle pour un résonateur plan convexe :

$$R_m = \frac{n^2 \pi h_0 \eta \sqrt{\alpha \beta_n}}{16 \hat{e}_{26}^2 \left[ \operatorname{erf} \left( l \sqrt{\frac{\alpha_n}{2}} \right) \operatorname{erf} \left( l \sqrt{\frac{\beta_n}{2}} \right) \right]^2} \quad (45)$$

erf = fonction erreur

La Fig. 15 présente un exemple de défaut d'isochronisme pour les cas de résonateurs de coupes SC et LD.



**Fig. 15** Comparaison des résonateurs de coupes SC et LD en mode 300 à 10 MHz, en fonction du niveau d'excitation. Coupe SC en amplitude (a) et phase (b). Coupe LD en amplitude (c) et phase (d).

### 1.C.5) Effets fréquence-température

La sensibilité à la température de tous les coefficients du matériau piézoélectrique est déterminante quant au choix de la coupe du cristal.

La fréquence de résonance d'une plaque plane infinie d'épaisseur  $2h$ , dont les faces sont perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde (de normale  $\nu$ ), est donnée simplement par :

$$f_n = \frac{n}{4h} \sqrt{\frac{c^{(\nu)}}{\rho}} \quad (46)$$

$n$  étant ici le rang de partiel ( $n = 1, 3, 5...$ ) sur lequel fonctionne le résonateur. Dans l'expression ci-dessus toutes les quantités sont fonctions de la température  $T$ . D'une manière générale, les coefficients de température sont définis à partir d'un développement en série de Taylor. L'expression de la fréquence est donc de la forme :

$$f(T) = f(T_0) \left[ 1 + T^{(1)} f(T - T_0) + T^{(2)} f(T - T_0)^2 + T^{(3)} f(T - T_0)^3 \right] \quad (47)$$

Où  $T_0$  est la température de référence (20°C en général) et  $T^{(n)} f$  le coefficient de température relatif à l'ordre  $n$ , il s'agit de coefficients relatifs. En introduisant les coefficients de température  $T^{(n)} c^{(\nu)}$  du coefficient élastique  $c^{(\nu)}$  associé à l'onde considérée et ceux de l'épaisseur et de la masse volumique, les coefficients de température du premier et du second ordre de la fréquence sont donnés par :

$$\begin{aligned} T^{(1)} f &= \frac{1}{2} T^{(1)} c^{(\nu)} - \frac{1}{2} T^{(1)} \rho - T^{(1)} h \\ T^{(2)} f &= \frac{1}{2} T^{(2)} c^{(\nu)} - \frac{1}{2} T^{(2)} \rho - T^{(2)} h + \frac{1}{2} [T^{(1)} f]^2 - \frac{1}{4} [T^{(1)} c^{(\nu)}]^2 + \frac{1}{4} [T^{(1)} \rho]^2 + \frac{1}{2} [T^{(1)} h]^2 \end{aligned} \quad (48)$$

L'ordre de grandeur du coefficient du premier ordre est en  $10^{-6}$  et celui du coefficient du second ordre en  $10^{-9}$ , de sorte que, sauf lorsqu'il est voisin de zéro, le coefficient du second ordre peut être approché par l'expression :

$$T^{(2)} f \cong \frac{1}{2} T^{(2)} c^{(\nu)} - \frac{1}{2} T^{(2)} \rho - T^{(2)} h \quad (49)$$

Les coefficients de température de l'épaisseur et de la masse volumique s'expriment en fonction des coefficients de dilatation du matériau. Par exemple, dans le cas de la langasite et du quartz, il n'y a que deux coefficients de dilatation dans les directions cristallographiques X et Z, soient  $\alpha_{11}$ ,  $\alpha_{33}$  (premier ordre) et  $\beta_{11}$ ,  $\beta_{33}$  (second ordre) :

$$\begin{aligned} T^{(1)} \rho &= -(2 \alpha_{11} + \alpha_{33}) \\ T^{(2)} \rho &= -(2 \beta_{11} + \beta_{33} - 3 \alpha_{11}^2 - \alpha_{33}^2 - 2 \alpha_{11} \alpha_{33}) \end{aligned} \quad (50)$$

Pour un résonateur de coupe  $Y$  ( $\theta$ ,  $\phi$ ), les cosinus directeurs de la direction de propagation valent :

$$\begin{aligned} n_1 &= -\cos(\theta) \sin(\phi + \frac{\pi}{2}) \\ n_2 &= \cos(\theta) \cos(\phi + \frac{\pi}{2}) \\ n_3 &= \sin(\theta) \end{aligned} \quad (51)$$

**Calcul pratique :**

La matrice de Christoffel est calculée pour différentes températures  $T_0$ ,  $T_0+(-25^\circ\text{C})$ ,  $T_0+(-50^\circ\text{C})$ . Pour chaque température les valeurs propres  $c^{(\nu)}$  de la matrice ainsi que les vecteurs propres  $A^{(\nu)}$  sont alors calculés. Les coefficients de température du premier et du second ordre des  $c^{(\nu)}$  sont obtenus par une méthode des moindres carrés. Pour un angle  $\phi$  fixé, est cherché l'angle  $\theta$  pour lequel le coefficient de température du premier ordre est nul. Une fois l'angle trouvé (s'il existe) le coefficient du second ordre est calculé. Rappelons que la coupe compensée en température n'a un intérêt que si son coefficient de couplage est suffisamment important pour que le résonateur fonctionne...

### 1.C.6) Eléments motionnels et schéma électrique équivalent d'un résonateur

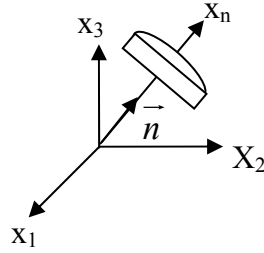


Fig. 16 Orientation de la normale par rapport au repère.

Dans le cas général d'un résonateur dont la normale est orientée suivant  $\vec{n}$  (Fig. 16), comme nous avons déjà vu dans les sections précédentes, la solution pour le déplacement mécanique dans le résonateur est du type :

$$u_j = U_0 A_j \sin(\eta x_n) = U_0 A_j \sin(\eta n_i x_i) \quad (52)$$

La relation (53) est la solution de l'équation fondamentale de la dynamique où  $\eta$  est le nombre d'onde dans la direction normale au résonateur. Dans le cas d'un matériau piézoélectrique, le champ électrique est couplé à la déformation mécanique par les relations :

$$D_m = \varepsilon_{mn} E_n + e_{mij} u_{i,j} \quad (53)$$

L'équation de Poisson :  $D_{m,m} = 0$ , conduit à  $e_{mij} u_{i,jm} - \varepsilon_{mn} \varphi_{,mn} = 0$ .

Pour  $\varphi$ , est prise une solution de la forme :

$$\varphi = \varphi(x_n) e^{j\omega t} \quad (54)$$

L'expression (55) ci-dessus s'écrit donc :  $\varepsilon_{mn} n_m n_n \varphi_{,nn} = e_{mij} n_m n_i u_{,nn}$ .

En intégrant, le potentiel électrique est obtenu :

$$\varphi = \frac{e_{mij} n_i n_m}{\varepsilon_{ij} n_i n_j} u_i + L_1 x_v + L_2 \quad (55)$$

Les constantes d'intégration  $L_1$  et  $L_2$  s'obtiennent en utilisant les conditions électriques aux limites :

$$\varphi = \pm \frac{\varphi_0}{2} e^{j\omega t}; \quad x_n = \pm h \quad (56)$$

$$L_1 = \frac{\varphi_0}{2h} - \frac{1}{h} \frac{e_{mij} n_i n_m}{\varepsilon_{ij} n_i n_j} U_0 A_j \sin(\eta h) \quad (57)$$

$$L_2 = 0$$

L'amplitude  $U_0$  du déplacement mécanique se calcule en fonction de la tension appliquée aux bornes du résonateur en considérant la condition mécanique aux limites :

$$T_{ij} n_j = 0 \quad x_n = \pm h \quad (58)$$



Il est nécessaire de faire intervenir ici la piézoélectricité dans l'expression de la contrainte mécanique :

$$T_{ij} = c_{ijkl} u_{k,l} - e_{kij} E_k = c_{ijkl} u_{k,l} + e_{kij} \varphi_{,k} \quad (59)$$

En reportant  $u$  et  $\varphi$  dans (59) puis dans les 2 conditions (56), on obtient :

$$U_0 \left[ \bar{\Gamma}_{ik} A_k \eta h \cos(\eta h) - \frac{\gamma_i \gamma_k}{\varepsilon} A_k \sin(\eta h) \right] = -\gamma_i \varphi_0 \quad (60)$$

Où sont posées en (12) les expressions :

$$\bar{\Gamma}_{ik} = c_{ijkl} n_j n_l + \frac{\gamma_i \gamma_k}{\varepsilon} \quad .$$

$$\gamma_i = e_{kij} n_k n_j ; \quad \varepsilon = \varepsilon_{ij} n_i n_j$$

Le courant dans le résonateur peut alors être calculé. Le courant est égal à la densité de charge surfacique par unité de surface des électrodes :

$$\sigma = D_i n_i = -\varepsilon_{ij} n_i n_j \varphi_{,n} + e_{mij} n_m n_j u_{i,n} \quad (61)$$

Pour un résonateur ayant des électrodes de surface  $S$ , l'admittance du résonateur dans le modèle unidimensionnel (pour lequel il n'y a pas de piégeage de la vibration) vaut :

$$Y = \frac{I}{V} = \frac{-S \frac{d\sigma}{dt}}{\varphi} = \frac{j\omega \varepsilon_{ij} n_i n_j S}{2h \left[ 1 - \frac{k^2 \tan(\omega h \sqrt{\frac{\rho}{C}})}{\omega h \sqrt{\frac{\rho}{C}}} \right]} \quad (62)$$

Où  $k = \frac{e_{kij} n_i n_k A_i}{\sqrt{C} \varepsilon_{rs} n_r n_s}$  est le coefficient de couplage électromécanique.

La fréquence de résonance électrique  $\omega_s$  du résonateur est donnée par les racines de l'équation transcendante :

$$k^2 \tan(\omega_s h \sqrt{\frac{\rho}{C}}) = \omega_s h \sqrt{\frac{\rho}{C}} \quad (63)$$

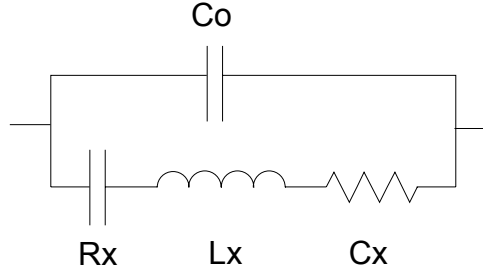
En faisant un développement limité de l'admittance  $Y$  au voisinage de la fréquence de résonance, une expression en fonction de l'écart de fréquence  $(\omega - \omega_s)$  qui a la même forme que celle d'un circuit résonnant  $L_x C_x$  en parallèle avec une capacité  $C_0$  est obtenue :

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{ij} n_i n_j S}{2h} \quad (64)$$

Le rapport entre les capacités  $C_x$  et  $C_0$  est égal au carré du coefficient de couplage  $k$ .

$$k^2 = \frac{C_x}{C_0} \quad (65)$$

Donc :  $\omega_s^2 = \frac{1}{L_x C_x}$  .



**Fig. 17** Schéma équivalent du résonateur.

L'expression (62) conduit à une admittance nulle à la résonance, en raison de l'absence d'amortissement. En pratique le matériau est l'objet d'un amortissement viscoélastique qui se traduit par des coefficients élastiques complexes :

$$\bar{c}_{ijkl} = c_{ijkl} + j\eta_{ijkl} \omega \quad (66)$$

La partie imaginaire étant de plusieurs ordres de grandeur inférieure à la partie réelle, il suffit dans le calcul précédent de considérer une fréquence de résonance complexe et de remplacer  $\omega_s$  par  $\omega_s(1 + \frac{2j}{Q})$ , où  $Q$  est le coefficient de qualité du résonateur.

Dans le schéma équivalent du résonateur (Fig. 17), cela se traduit par l'ajout d'une résistance  $R_x$  en série avec la self. A la résonance série  $\omega_s$ , le résonateur présente donc une impédance équivalente à la capacité  $C_0$  en parallèle avec la résistance  $R_x$ .

Une trop forte valeur de  $C_0$  court-circuite donc la branche motionnelle  $R_x, L_x, C_x$ , en dehors de la résonance. Dans la conception d'un résonateur, il est donc important de maximiser le rapport entre l'impédance de  $C_0$  et  $R_x$ .

Comme  $Q = \frac{1}{R_x C_x \omega}$ , ce rapport est égal à :

$$r = \frac{1}{C_0 \omega R_x} = Q \frac{C_x}{C_0} = Q k^2 \quad (67)$$

#### Conséquences pour la recherche d'une coupe optimale :

Pour les cristaux comme le quartz, la LGS et la LGT, la recherche de coupes compensées au premier ordre, présentant un coefficient de température du second ordre faible, doit prendre en compte le fait qu'une coupe ne pourra être utilisée que si le rapport  $r$  reste assez élevé, c'est-à-dire si  $k$  est suffisamment grand.



## 2) Les oscillateurs

Il existe de nombreuses façons de réaliser un oscillateur, la structure même de l'oscillateur dépend essentiellement de sa fréquence de fonctionnement et de la stabilité désirée. Cette section s'intéresse essentiellement aux oscillateurs RF et plus particulièrement aux topologies à un transistor. Ci-dessous, les dénominations commerciales des oscillateurs les plus utilisés sont rappelées. Pour ces travaux, le type de référence utilisée est l'OCXO.

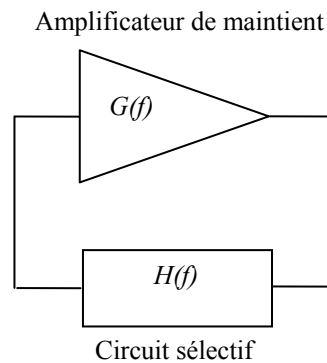
- ATCXO - Analogic Temperature-Compensated Crystal Oscillator
- CDXO - Calibrated Dual Crystal Oscillator
- MCXO - Microcomputer-Compensated Crystal Oscillator
- OCVCXO - Oven-Controlled Voltage-Controlled Crystal Oscillator
- OCXO - Oven-Controlled Crystal Oscillator
- RbXO - Rubidium Crystal Oscillators
- TCVCXO - Temperature-Compensated Voltage-Controlled Crystal Oscillator
- TCXO - temperature-compensated crystal oscillator
- TSXO - Temperature-Sensing Crystal Oscillator
- VCXO - Voltage-Controlled Crystal Oscillator
- DTCXO - Digital Temperature Compensated crystal Oscillator, équivalent au MCXO

## 2.A) Principes et théories de base

Dans cette section, la méthode d'analyse quadripolaire est rappelée. Rappelons que ce n'est pas la seule analyse existante, il est aussi possible de considérer l'amplificateur et le résonateur comme des dipôles. Cette modélisation dipolaire est notamment traitée dans [12] [13] [14].

### 2.A.1) Conditions de Barkhausen

Dans cette vision quadripolaire, un oscillateur est un amplificateur de fonction de transfert (gain)  $G(f)$ , en série avec un filtre passe bande de fonction de transfert  $H(f)$  (Fig. 18), l'ensemble étant bouclé. Ce bouclage impose par conséquent la condition :  $G(f).H(f) = 1$  (condition dite de Barkhausen datant de 1935), qui se décline en une condition de phase :  $\varphi_G(f) + \varphi_H(f) = 0 \ (k2\pi)$  fournissant la fréquence d'oscillation  $f_{osc}$ , et une condition de gain (incluant éventuellement des non linéarités)  $|G(f)| \cdot |H(f)| = 1 \ (>1 \text{ en pratique})$  qui fournit la condition d'oscillation et l'amplitude du signal si les non linéarités sont prises en compte. Le démarrage d'un tel système bouclé, sans signal d'entrée, se fait sur le bruit.



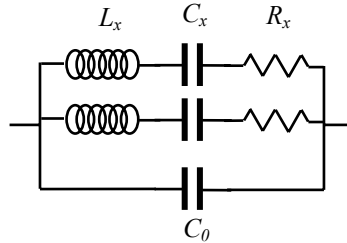
**Fig. 18** Principe de base d'un oscillateur de Barkhausen.

La condition de phase permet aussi d'interpréter simplement, par exemple, la transformation du bruit de phase de l'amplificateur en bruit de fréquence à la sortie de l'oscillateur : autour de  $f_{osc}$ , bien évidemment,  $\Delta\varphi_G(f) + \Delta\varphi_H(f) = 0 \ (k2\pi)$  ; c'est-à-dire qu'une fluctuation du déphasage d'un élément est compensée par un déphasage opposé au niveau de l'autre élément.

Partant des conditions de Barkhausen, une infinité de configurations d'oscillateurs est imaginable. Seuls les oscillateurs « harmoniques » (excluant par exemple les oscillateurs à relaxation...), sont capables de garantir des performances optimales en terme de stabilité de fréquence.

## 2.A.2) Modélisation du résonateur acoustique à cristal piézoélectrique

Lorsque l'on opère un balayage en fréquence sur un résonateur piézoélectrique on retrouve avant tout le comportement du condensateur qu'il constitue, noté habituellement  $C_0$ . Très localement, apparaissent les divers modes propres, représentés par autant de branches  $R$ ,  $L$ ,  $C$  séries, dites branches motionnelles.



**Fig. 19** Schéma équivalent d'un résonateur en modélisant deux modes.

Ainsi, par exemple, pour une coupe de résonateur à quartz à double rotation, de type LD ou SC, optimisée pour travailler sur son mode de cisaillement d'épaisseur  $C$  à 10 MHz (en partiel 3, en résonateur de type BVA [3]), et pour une coupe à LGT simple rotation de type Y (en partiel 5), les paramètres (indiqués x comme « xtal ») associés au schéma (Fig. 19) sont :

**Tab. 1** Valeurs des éléments équivalent de résonateurs en quartz de coupe LD et SC et en LGT de coupe Y.

Mode	Fréquence f <sub>s</sub> (Hz)	R <sub>x</sub> (Ω)	Q	L <sub>x</sub> (H)	C <sub>x</sub> (fF)	C <sub>0</sub> (pF)
	Quartz coupe LD					
C	10 000 000	125	1,3·10 <sup>6</sup>	2,6	0,098	2 à 3
B	10 750 000	60	1,6·10 <sup>6</sup>	1,4	0,15	
	Quartz coupe SC					
C	10 000 000	100	1,3·10 <sup>6</sup>	2,1	0,12	2 à 3
B	10 900 000	50	1,6·10 <sup>6</sup>	1,3	0,19	
	LGT coupe Y					
C	10 000 000	20	1,7·10 <sup>6</sup>	0,54	0,47	5 à 20

$R_x$  : Résistance motionnelle,  $Q$  : coefficient de qualité à vide,  $L_x$  : inductance motionnelle,  $L_x = \frac{Q \cdot R_x}{2\pi \cdot f_s}$ ,  $C_x$  : capacité motionnelle,  $C_x = \frac{1}{Q \cdot R_x \cdot 2\pi \cdot f_s}$  avec bien sûr  $L_x C_x (2\pi f_s)^2 = 1$ , où  $f_s$  désigne la fréquence de résonance de la branche série considérée,  $C_0$  : capacité parallèle. Pour les coupes à double rotation, les deux modes C et B sont proches et le coefficient de qualité du mode B (très sensible à la température) est supérieur à celui du mode C pour le cas de la coupe SC. Autour d'une des fréquences de résonance, le schéma équivalent se limite à une seule branche motionnelle en parallèle avec la capacité  $C_0$ .

L'impédance du résonateur s'écrit sous la forme :  $Z_x = R + jX$  avec :

$$R = R_x \cdot \frac{X_0^2}{R_x^2 + (X_x + X_0)^2} \text{ et } X = X_0 \cdot \frac{X_x(X_x + X_0) + R_x^2}{R_x^2 + (X_x + X_0)^2} \quad (68)$$

Où  $X_0 = -\frac{1}{C_0 \omega}$  et  $X_x = -\frac{1}{C_x \omega} + L_x \omega$  (et avec les notations habituelles :  $\omega = 2\pi f$ ).

**En négligeant  $C_0$  (cas idéal) :**

C'est le cas de référence où le résonateur est assimilé à sa seule branche motionnelle,  $C_0$  étant un élément parasite. Seule la fréquence de résonance série  $f_s$  apparaît. Alors :

$$Z_x = R + jX = R_x + j\left(L_x\omega - \frac{1}{C_x\omega}\right) = R_x\left(1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega}\right)\right) \quad (69)$$

L'argument de  $Z_x$ , notamment, s'écrit  $\text{Arg } Z_x = \tan^{-1}\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega}\right)\right)$ . Autour de  $\omega_s$ , en posant  $\omega = \omega_s + \Delta\omega$ , et en prenant  $\Delta\omega \ll \omega_s$  :

$$\text{Arg } Z_x \approx \tan^{-1}\left(Q\left(2\frac{\Delta\omega}{\omega_s}\right)\right) \approx 2\frac{Q}{\omega_s} \cdot \Delta\omega \quad (70)$$

L'expression (71) met en évidence l'influence du coefficient de qualité sur la conversion phase-fréquence des perturbations.

**Influence de  $C_0$  :**

La partie imaginaire  $X$  de l'impédance  $Z_x$  s'annule pour deux valeurs de fréquences caractéristiques : la fréquence de résonance  $f_r$  et la fréquence d'antirésonance  $f_a$ , dont les expressions sont données ci-dessous.

$$f_r \approx f_s \cdot \sqrt{1 + \frac{R_x^2 C_0}{L_x}} ; f_a \approx f_s \cdot \sqrt{1 + \frac{C_q}{C_0} - \frac{R_x^2 (C_x + C_0)}{L_x}} \quad (71)$$

Numériquement, en considérant le cas du mode C, avec des valeurs de  $C_0$  telles que dans Tab. 1, on a (voir aussi les Fig. 20 et Fig. 21) :

- $C_0 = 2 \text{ pF} : f_r = f_s + 0,06 \text{ Hz}$  et  $f_a = f_s + 245 \text{ Hz}$ .
- $C_0 = 10 \text{ pF} : f_r = f_s + 0,04 \text{ Hz}$  et  $f_a = f_s + 469,9 \text{ Hz}$ .

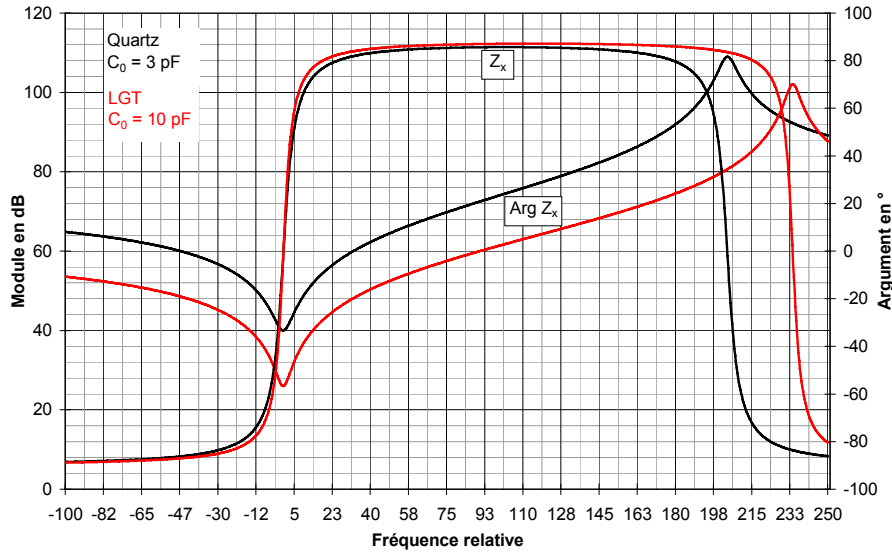
La fréquence d'antirésonance dépend évidemment fortement de  $C_0$  (contrairement à la fréquence de résonance série), ce qui la rend impropre à une application en oscillateur ultra stable.

A la fréquence de résonance série  $f_r$  :

$$Z_x = R = \frac{R_x X_0^2}{R_x^2 + (X_x + X_0)^2} \approx \frac{R_x X_0^2}{R_x^2 + X_0^2} \quad (72)$$

L'effet de  $C_0$  sur la résistance résiduelle  $R$  à la résonance reste limité :

$$\frac{dR}{R} = 2 \frac{dX_0}{X_0} \left[ 1 - \frac{X_0^2}{R_x^2 + (X_x + X_0)^2} \right] \approx 2 \frac{dX_0}{X_0} \left[ \frac{R_x^2}{R_x^2 + X_0^2} \right] \approx 2 \frac{R_x^2}{X_0^2} \cdot \frac{dX_0}{X_0} \quad (73)$$



**Fig. 20** Module en dB de l'impédance  $Z_x$  et argument de  $Z_x$  en fonction de  $f-f_0$ , pour deux valeurs de  $C_0$  (correspondant au cas du quartz et de la LGT) pour les valeurs du mode C de Tab. 1. Le résonateur est capacitif avant la fréquence de résonance et après la fréquence d'antirésonance, et inductif entre ces deux fréquences.

Pourtant, avec les valeurs typiques d'un mode C (de coupe SC ou LD à quartz), cette sensibilité est de l'ordre de  $\frac{dR}{R} \approx qq10^{-4} \frac{dX_0}{X_0}$  à 10 MHz.  $C_0$  n'est rien d'autre qu'un condensateur (à diélectrique quartz ou langasite) et présente par conséquent une sensibilité thermique de l'ordre de quelques ppm/K. On voit donc là une première limitation possible en terme de stabilité, limitation due à la température, indépendamment des propriétés intrinsèques du résonateur : il faut absolument limiter les fluctuations de température au niveau du résonateur dans le cadre des applications qui nous intéressent.

Quant à l'argument de  $Z_x$ , il s'écrit :  $Arg Z_x = \tan^{-1} \left[ \frac{X_x}{R_x} \cdot \left( \frac{X_x}{X_0} + 1 \right) + \frac{R_x}{X_0} \right]$ , soit encore :

$$Arg(Z_x) = \tan^{-1} \frac{X_x}{R_x} \cdot \left[ 1 + \frac{R_x}{X_0} \cdot \left( \frac{X_x}{R_x} + \frac{R_x}{X_x} \right) \right] ; \quad \frac{X_x}{R_x} = Q \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_s} - \frac{\omega_s}{\omega} \right) \quad (74)$$

Autour de  $\omega_s$ , en posant  $\omega = \omega_s + \Delta\omega$ , et en prenant  $\Delta\omega \ll \omega_s$  ;  $\frac{X_x}{R_x} \approx 2Q \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_s}$  et

$$Arg Z_x \approx \tan^{-1} 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_s} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_s}} \cdot \frac{R_x}{X_0} \right] \approx 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_s} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_s}} \cdot \frac{R_x}{X_0} \right] \text{ autour de zéro.}$$

Soit encore :

$$Arg(Z_x) \approx 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_s} - R_x \omega_s \cdot C_0 \quad (75)$$

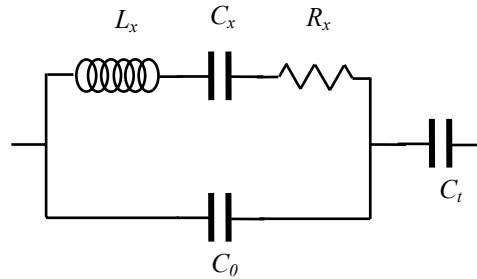
Cette relation est importante autant pour exprimer la conversion du bruit de phase en bruit de fréquence, que pour exprimer le décalage de phase en fonction de  $C_0$ .



**Ajustement en fréquence :**

Il est évident qu'une dispersion sur les valeurs nominales des paramètres du résonateur existe en fabrication. La fréquence de résonance notamment, est au mieux obtenue avec une incertitude relative de  $\pm 5 \cdot 10^{-7}$ , sur un lot de résonateurs fabriqués avec beaucoup de soin. C'est pourquoi, il est essentiel de prévoir un ajustement en fréquence, en général obtenu par l'adjonction d'une capacité  $C_t$  en série avec le résonateur (voir Fig. 21). A noter que ce procédé ne permet que d'augmenter la fréquence (cette capacité  $C_t$  est souvent appelée capacité de « tirage ») ; cela signifie aussi que, lorsqu'un résonateur avec sa capacité de tirage associée, sont insérés dans un oscillateur, il faut choisir un résonateur avec une fréquence de résonance inférieure à la fréquence nominale d'oscillation visée.

Rappelons que ce n'est pas la seule solution possible. Par exemple, il est aussi possible de mettre une inductance en série avec le résonateur pour rabaisser sa fréquence. En pratique ce n'est jamais le cas car l'élément inductance est beaucoup trop sensible à l'environnement.



**Fig. 21** Ajustement de la fréquence de résonance série  $f_r \approx f_s$  par la capacité de « tirage »  $C_t$ .

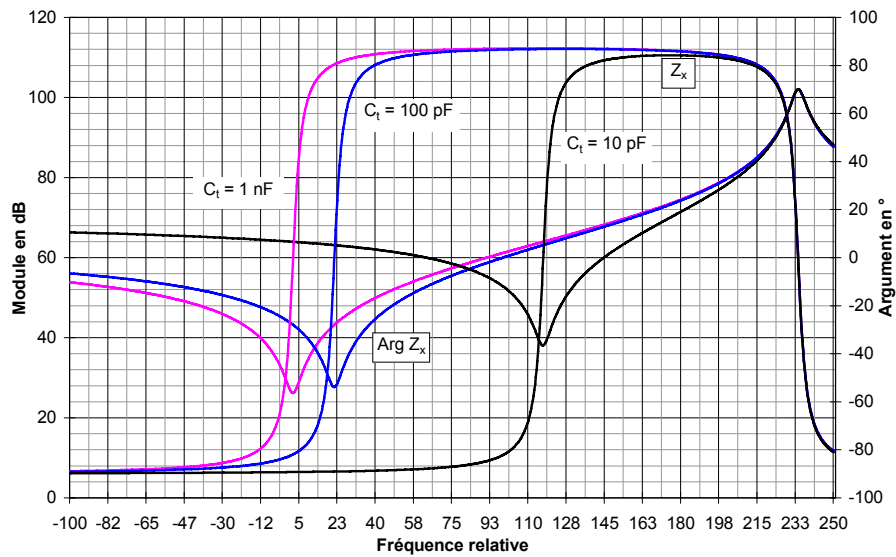
$$f \approx f_s \sqrt{1 + \frac{C_x}{C_0 + C_t}} \quad \text{soit} \quad \frac{\Delta f}{f_s} \approx \frac{C_x}{2(C_0 + C_t)} \quad (76)$$

Dans un oscillateur, cette capacité en série avec le résonateur est en réalité un assemblage incluant une diode varicap : la fréquence peut alors être ajustée électriquement. Dans le cas d'un oscillateur ultra stable son action est volontairement limitée (typiquement  $\Delta f/f = \pm 1 \cdot 10^{-7}$  pour  $\pm 10V$  de tension de commande) pour ne pas introduire de bruit supplémentaire. Cette commande en tension sert à corriger la dérive à long terme ou encore à asservir l'oscillateur. Reste que cette capacité additionnelle est une source de perturbations, notamment thermiques.

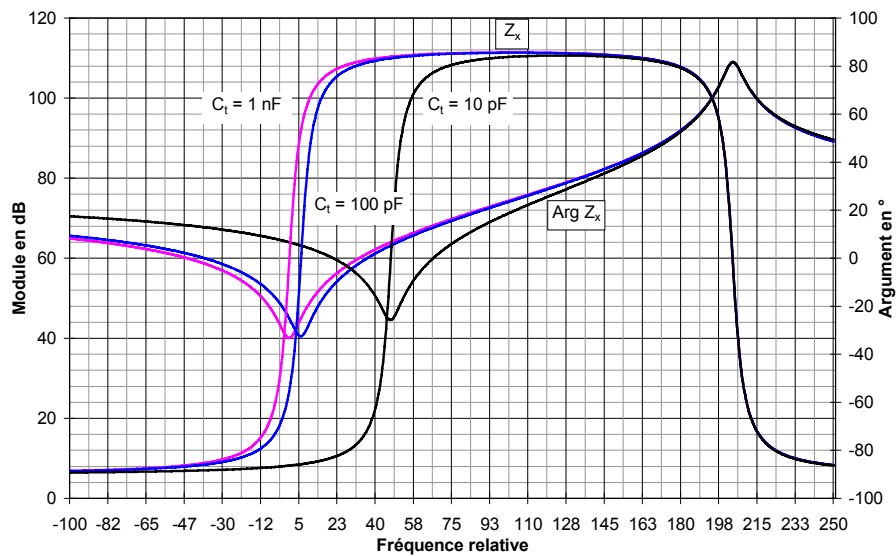
Ainsi, autour d'une valeur donnée de  $C_t$ , on a :

$$\frac{df}{f} \approx -\frac{1}{2} \frac{C_x C_t}{(C_0 + C_t)^2} \cdot \frac{dC_t}{C_t} \quad (77)$$

La Fig. 22 et la Fig. 23 montrent l'influence de la capacité de tirage  $C_t$  sur l'impédance de l'ensemble {résonateur +  $C_t$ }. Le décalage de la fréquence de résonance série  $f_r$ , que provoque  $C_t$ , s'accompagne également d'une modification importante de la résistance équivalente  $R$  à la résonance, puisque  $R$  dépend de la fréquence et que cette dernière, à la résonance est particulièrement dépendante de  $C_t$ , précisément.



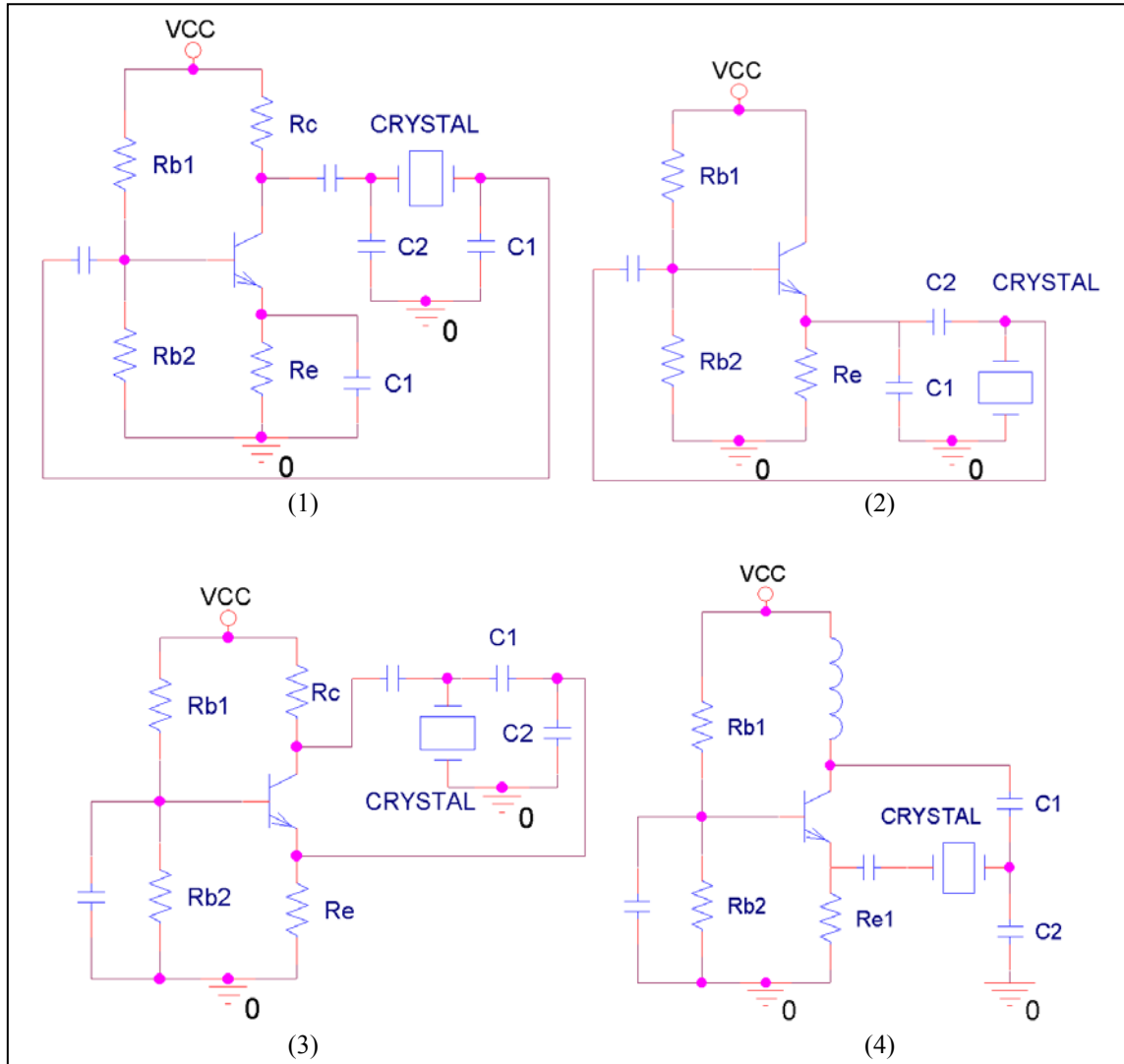
**Fig. 22** Influence de la capacité de tirage  $C_t$  sur l'impédance de l'ensemble  $\{\text{résonateur} + C_t\}$ , les éléments motionnels du résonateur sont  $R_x = 20\Omega$ ,  $C_0 = 10\text{pF}$  et  $Q = 1,5 \cdot 10^6$ . (cet exemple s'applique au cas du résonateur LGT)



**Fig. 23** Influence de la capacité de tirage  $C_t$  sur l'impédance de l'ensemble  $\{\text{résonateur} + C_t\}$ , les éléments motionnels du résonateur sont  $R_x = 100\Omega$ ,  $C_0 = 3\text{pF}$  et  $Q = 1,3 \cdot 10^6$ . (cet exemple s'applique au cas du résonateur quartz)

### 2.A.3) L'oscillateur à un transistor.

De nombreuses solutions existent pour exploiter un résonateur, nous donnerons ici une liste des principales topologies utilisées pour un montage à un transistor (Fig. 24). Ici, c'est un bipolaire, mais il peut évidemment être d'une autre nature.

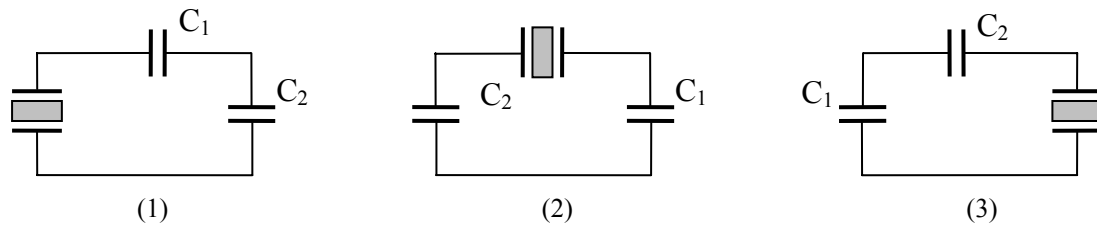


**Fig. 24** Quelques topologies de principe d'oscillateurs à transistor unique : (1) Pierce, (2) Colpitts, (3) Clapp, (4) Butler.

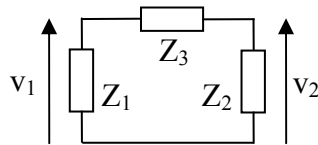
Pour exploiter la surtension interne au résonateur, à la résonance (un  $Q$  de  $10^6$  correspond à une tension aux bornes de l'inductance  $L_x$  ( $U_{Lx}$ ) ou aux bornes du condensateur  $C_x$  ( $U_{Cx}$ ),  $10^6$  fois plus grande que celle aux bornes de  $R_x$  ( $U_{Rx}$ )), il est indispensable d'y ajouter, en série, un élément externe de type  $L$  ou  $C$ . Les condensateurs sont préférés aux bobines, sensibles aux champs parasites et à la température. La tension ainsi récupérée est donc approximativement dans le rapport de  $C_x$  (de l'ordre de  $10^{-16}$  pour un résonateur à quartz type coupe SC ou LD à  $10\text{ MHz}$ ) et de la capacité additive  $C$  (de quelques dizaines de picofarads, intégrant notamment la capacité de tirage  $C_t$ ), c'est à dire en pratique une très faible partie de la surtension, mais elle est néanmoins suffisante. Dans ce cas, le résonateur a un comportement inductif, il ne fonctionne plus à son zéro de phase.

La transformation de l'ensemble {résonateur +  $C$ } en quadripôle (montage en  $\pi$ ), conduit naturellement à éclater  $C$  en deux capacités  $C_1$  et  $C_2$ . Il existe alors trois approches possibles,

suivant la définition de l'entrée et de la sortie du quadripôle (ou dit autrement, suivant le point commun entrée-sortie retenu) : voir Fig. 25.



**Fig. 25** Les trois configurations en quadripôle possibles, suivant le point commun entrée-sortie choisi : l'entrée est à gauche, la sortie à droite de chaque montage.



**Fig. 26** Avec un jeu de 3 impédances non dissipatives  $Z_i = jX_i$ , montées en  $\pi$ , la fonction de transfert  $v_2/v_1$  est réelle si  $X_1 + X_2 + X_3 = 0$ . Il faut donc au moins un  $X_i$  négatif (un jeu de un  $L$  et deux  $C$ , ou de un  $C$  et deux  $L$ ). Alors la fonction de transfert se réduit à  $v_2/v_1 = -X_2/X_1$ . Ainsi donc, si  $X_1$  et  $X_2$  sont de même nature (deux  $L$  ou deux  $C$ ) le déphasage vaut  $\pi$ , alors que s'ils sont de natures différentes, il vaut  $0$ .

En idéalisant le résonateur par une simple inductance, les quadripôles de la Fig. 25 induisent un déphasage de  $0$  ou de  $\pi$ , à la résonance des trois éléments, d'après le principe rappelé en Fig. 26. Pour entretenir des oscillations, la partie dissipative qui existe en pratique (modélisée par la résistance motionnelle) doit être compensée par un élément actif. Il doit par conséquent, à son tour, déphaser de  $0$  ou de  $\pi$ , suivant le cas, en vertu de la condition de Barkhausen sur la phase.

L'amplificateur associé au quadripôle résonnant sera moins bruyant, a priori, si le nombre d'éléments bruyants constituants est réduit au plus faible. L'amplificateur à un seul transistor devient donc le candidat potentiel évident : du type collecteur commun ou base commune pour un déphasage nul, émetteur commun pour un déphasage de  $180^\circ$ , oscillateurs appelés Colpitts ((3), Fig. 25), Clapp ((1), Fig. 25) et Pierce ((2), Fig. 25).

L'existence de plusieurs modes de résonances du résonateur piézoélectrique oblige en général (surtout pour les coupes à double rotation) à rendre l'amplificateur légèrement sélectif de façon à favoriser le mode intéressant (ou à défavoriser les modes parasites par réjection). Un circuit  $LC$  accordé est donc intégré à la fonction  $G(f)$  (Fig. 17). Sa présence est par contre préjudiciable en terme de bruit de phase paramétrique (effet de la température par exemple, ou de champs parasites sur l'inductance...).

Citons le cas de l'oscillateur Butler qui utilise, avec profit, un circuit  $\{L, C1, C2\}$  pour osciller à la manière d'un oscillateur Clapp (à étage base commune). Le résonateur piézoélectrique est inséré dans la boucle comme un élément en série ; ce dernier travaille, dans ce cas, pratiquement à sa résonance série. Un second transistor (monté en collecteur commun) est assez souvent inséré entre le circuit sélectif et le résonateur pour rabaisser l'impédance de charge vue par le résonateur (préservation du coefficient de qualité) tout en permettant d'augmenter le gain de l'étage base commune si nécessaire.

## 2.A.4) Bruit : généralités, définitions et caractérisations

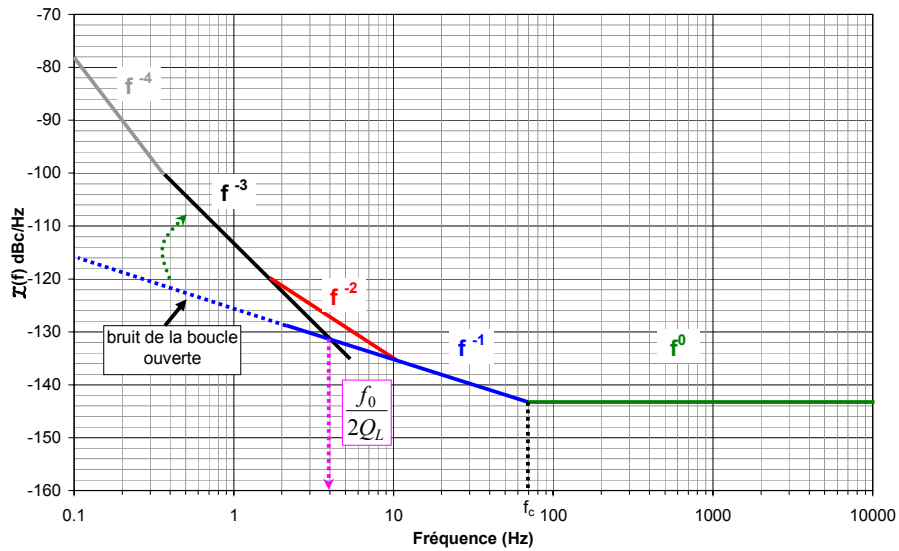
Les grandeurs les plus utilisées pour la caractérisation du bruit sont les suivantes :

- $\sigma_y(\tau)$  : variance à deux échantillons aussi appelée variance d'Allan.
- $S_\phi(f)$  : densité spectrales des fluctuations de phase en dB×rad<sup>2</sup>/Hz.
- $S_y(f)$  : densité spectrale des variations relatives de fréquence en dB/Hz.
- $\mathcal{L}(f)$  : bruit de phase unilatéral en dBc/Hz.

Où  $\tau$  désigne le temps d'intégration en secondes,  $\nu$  la fréquence de la porteuse,  $f$  le décalage de fréquence par rapport à la porteuse et  $y$  en variation relative de fréquence ( $\Delta f/f$ ).

La densité spectrale de puissance (DSP) est définie mathématiquement comme étant le carré du module de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation.

La Fig. 27 décrit l'approche asymptotique typique d'un oscillateur ultra-stable.



**Fig. 27** Approche asymptotique typique de la densité spectrale des fluctuations de phase.

La modélisation la plus classique du bruit d'un oscillateur est celle de Leeson (1966) [15], où la boucle oscillatrice est considérée comme un asservissement de phase. En considérant que dans la bande passante du résonateur, les fluctuations de phase  $\Delta\phi_{GH}$  dans la boucle se transforment en fluctuations de fréquence du signal de sortie  $A.\cos[2\pi.f_{osc}.t + \phi(t)]$  de l'oscillateur, à travers la pente phase-fréquence du résonateur autour de sa fréquence de travail (proche de sa résonance à  $\omega_s \approx \omega_{osc} = 2\pi.f_{osc}$  en première approximation), la densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence  $S_\phi(\Delta\omega)$  en sortie, s'écrit, si  $\Delta\omega$  est la pulsation de Fourier (fluctuations autour de  $\omega_s$ ) :

$$S_\phi(\Delta\omega) = \left[ \frac{\omega_s}{2Q_L} \right]^2 S_{\Delta\phi_{GH}}(\Delta\omega) \quad (78)$$

Où  $Q_L$  désigne le coefficient de qualité en charge ( $L = \ll \text{Load} \gg$ ). On a aussi évidemment  $S_\phi(\Delta\omega) = (\Delta\omega)^2 . S_\phi(\Delta\omega)$  où  $S_\phi(\Delta\omega)$  est la DSP des fluctuations de phase.

En dehors de la bande passante, i.e. pour  $\Delta\omega > \frac{\omega_s}{2Q_L}$ , les fluctuations de phase ne sont plus filtrées et :

$$S_\varphi(\Delta\omega) = S_{\Delta\varphi_{GH}}(\Delta\omega) \quad (79)$$

Les deux expressions (79) et (80) condensées donnent la DSP des fluctuations de phase du signal de sortie :

$$S_\varphi(f) = \left[ 1 + \left( \frac{\omega_s}{2Q_L \cdot f} \right)^2 \right] \cdot S_{\Delta\varphi_{GH}}(f) \quad (80)$$

En notant  $f$  la fréquence de Fourier correspondant à  $\Delta\omega$ .

En boucle ouverte, l'amplificateur et le filtre associé incluant le résonateur font naturellement du bruit. La DSP des fluctuations de phase  $S_{\Delta\varphi_{GH}}(f)$  dans la boucle est en général modélisable par :  $S_{\Delta\varphi_{GH}}(f) = \alpha \cdot \frac{1}{f} + \beta$ , où la constante  $\alpha$  caractérise le bruit en  $1/f$  et  $\beta$  le plancher essentiellement dépendant du bruit thermique de l'amplificateur de boucle, proportionnel à  $kT/P_s$ ,  $P_s$  étant la puissance du signal ramené à son entrée. Alors que le bruit blanc est additif, le bruit en  $f^{-1}$  autour de la porteuse est le résultat de l'intermodulation de cette porteuse avec le bruit en  $f^{-1}$  basse fréquence du résonateur et du transistor à travers les non linéarités de l'amplificateur (rappelons que ce sont ces mêmes non linéarités qui limitent l'amplitude du signal).

Dans le cas des oscillateurs à quartz de haute stabilité, la demi-bande passante en charge est inférieure à la fréquence d'intersection  $f_c$  du bruit en  $1/f$  et du bruit blanc. La DSP des fluctuations de phase  $S_\varphi(f)$  du signal de sortie de l'oscillateur fait donc apparaître un plancher loin de la porteuse et, en se rapprochant de la porteuse une plage en  $1/f$  puis une plage en  $1/f^3$  (le bruit en  $1/f^2$  est rarement visible). Les courbes en  $1/f$  et en  $1/f^3$  (avec une échelle logarithmique en abscisse) se coupent à la fréquence égale à la demi-bande passante  $\frac{\omega_s}{2Q_L}$ , voir

Fig. 27.

Un modèle un peu plus élaboré a été construit au département Temps-Fréquence [16] [17] [18] [19], en se limitant toutefois à une approche linéaire. Le résonateur n'est en effet pas seul en jeu mais fait partie plus généralement d'un circuit résonnant (par exemple  $\{X_{tal}, C_1, C_2\}$ ) dont la fonction de transfert est  $H(f)$ . La fonction de transfert  $G(f)$  de l'amplificateur n'est pas non plus toujours apériodique, et doit donc être prise en considération.

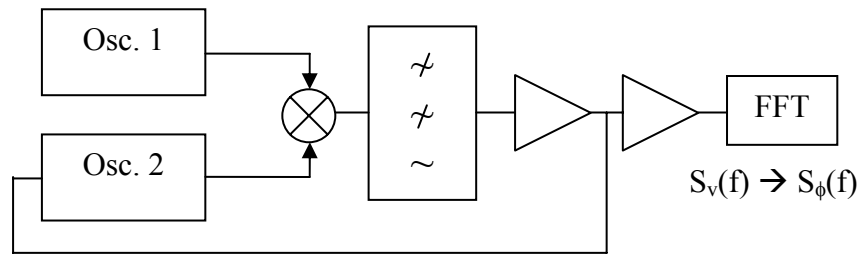
La DSP en un point de la boucle oscillatrice fermée  $S_\varphi^{BF}(f)$  s'écrit en fonction de la DSP en boucle ouverte  $S_\varphi^{BO}(f) \equiv S_{\Delta\varphi_{GH}}(f)$  ( $S_\varphi^{BO}(f)$ ) pouvant être facilement décomposée en DSP de l'amplificateur et DSP du circuit résonnant sous la forme :

$$S_\varphi^{BF}(f) = \frac{1}{|\bar{G} \cdot \bar{H}(f) - 1|^2} \cdot S_\varphi^{BO}(f) \quad (81)$$

Avec les fonctions de transfert normalisées  $\bar{G}(f) = \frac{G(f)}{G(f_{osc})}$  et  $\bar{H}(f) = \frac{H(f)}{H(f_{osc})}$ .

Cette modélisation a l'avantage de prendre en compte la dissymétrie de la fonction de transfert  $GH$  autour de la porteuse, cas des oscillateurs à un seul transistor notamment.

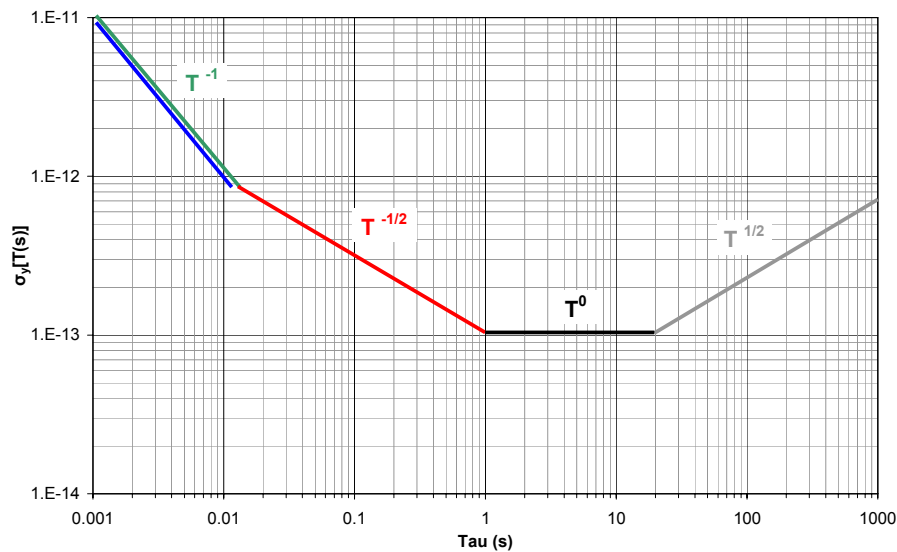
La mesure de la DSP des fluctuations de phase est basée sur le principe de la Fig. 28.



**Fig. 28** Principe de mesure de la DSP des fluctuations de phase.

Dans le cas de la Fig. 29, le mélangeur fonctionne en phasemètre grâce à l'asservissement de l'un des deux oscillateurs sur la sortie du mélange. La conversion entre  $S_v(f)$  et  $S_\phi(f)$  se fait par le calcul et nécessite de connaître les fonctions de transferts de chaque élément. Il existe deux cas possibles de mesure : le premier où *Osc. 1* est plus stable qu'*Osc. 2*, c'est alors *Osc. 2* qui est caractérisé, le second où *Osc. 1* et *Osc. 2* ont le même poids, il faudra alors diviser le résultat par  $\sqrt{2}$ . Les autres cas ne sont pas ou difficilement traitables.

La stabilité d'un oscillateur peut aussi être qualifiée dans le domaine temporel (approche asymptotique typique en Fig. 29), expérimentalement ou par calcul à partir de la DSP  $S_\phi(f)$ , sachant que des relations mathématiques relient les grandeurs des deux domaines, spectral et temporel.



**Fig. 29** Approche asymptotique typique de la variance temporelle.

La valeur mesurée sur la durée  $\tau$  est en général  $\bar{y}$ , valeur moyenne des fluctuations relatives de fréquence ( $y = (f-f_0)/f_0$ ). La variance la plus utilisée pour qualifier cette grandeur est la variance d'Allan  $\sigma_y^2(\tau)$  (la variance vraie ne converge pas dans tous les cas).

C'est une variance à deux échantillons et c'est une des méthodes standard pour décrire la stabilité court terme d'un oscillateur dans le domaine temporel. Idéalement, il faudrait faire une moyenne sur un nombre infini de mesures, en pratique, une bonne estimation peut être obtenue avec un nombre de mesures finies  $m$  (généralement  $m > 100$ ).

Cette variance est définie comme suit :

$$\sigma_y^2(\tau) = \sigma_y^2(\tau, m) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} (\overline{y_{k+1}} - \overline{y_k})_j^2 \quad (82)$$

Les relations reliant les différentes grandeurs exposées précédemment sont :

$$\begin{aligned} f^2 S_\phi(f) &= v^2 S_y(f) \\ \mathcal{A}(f) &= \frac{1}{2} [S_\phi(f)] \\ \sigma_y^2(\tau) &= 2 \int_0^\infty S_y(f) \times \frac{2 \sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \end{aligned} \quad (83)$$

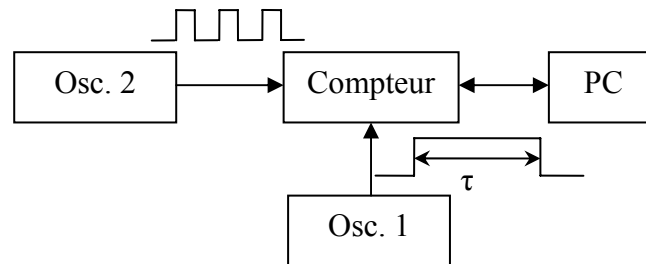
**Tab. 2** Pente des différentes origines de bruit pour les trois grandeurs usuelles.

Provenance du bruit	$S_\Phi(f)$	$S_y(f)$	$\sigma_y(\tau)$
Marche aléatoire de fréquence	$f^{-4}$	$f^{-2}$	$\tau^{+1/2}$
Bruit flicker de fréquence	$f^{-3}$	$f^{-1}$	$\tau^0$
Bruit blanc de fréquence	$f^{-2}$	$f^0$	$\tau^{-1/2}$
Bruit flicker de phase	$f^{-1}$	$f^{+1}$	$\tau^{-1}$
Bruit blanc de phase	$f^0$	$f^{+2}$	$\tau^{-1}$

La valeur du palier de stabilité en variance d'Allan est reliée à la DSP des fluctuations de phase par l'expression suivante :

$$\sigma_y^2(\tau)_{\text{palier}} = \sqrt{2 \cdot \ln 2 \cdot 10 \frac{S_\Phi(f=1\text{Hz}) - 10 \log f_0^2}{10}} \quad (84)$$

La fréquence d'un oscillateur peut être mesurée simplement par comptage (à condition que la résolution soit suffisante) dans une fenêtre temporelle  $\tau$  (voir Fig. 30).



**Fig. 30** Principe de mesure d'une variance dans le domaine temporel.



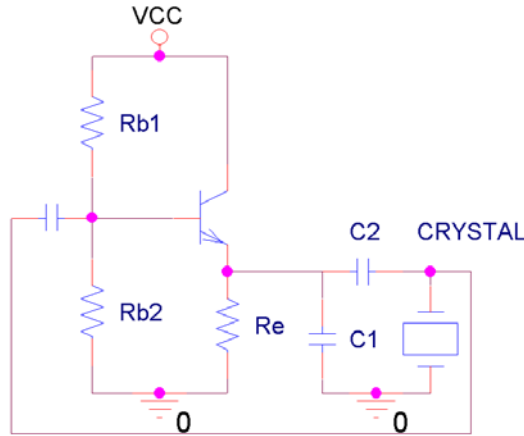
## 2.B) Etude de l'oscillateur de type Colpitts

L'oscillateur Colpitts est traité dans de nombreux ouvrages [20], [21], [22], [23], y compris avec la prise en compte de non linéarités. Les paragraphes suivants se limitent au cas linéaire pour n'exposer que les grandes idées et quelques outils utiles en complément de la simulation.

### 2.B.1) Théorie de base

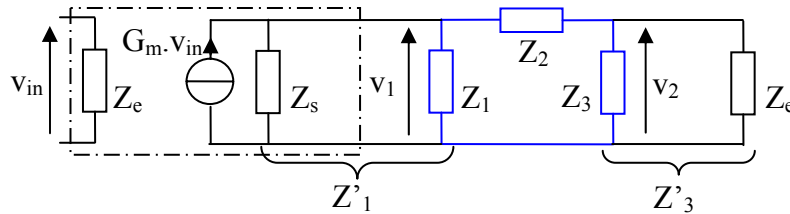
La topologie la plus utilisée en oscillateur à quartz ultra stable RF est probablement l'oscillateur de type Colpitts. Il est en effet montré que, des trois configurations types d'un étage à transistor, la configuration collecteur commun est la moins sensible au bruit de phase paramétrique [24]. Elle ne convient pas, quand du gain en tension est recherché.

Dans la suite de ces travaux, c'est la topologie d'oscillateur de type Colpitts qui est essentiellement utilisée, le schéma en boucle fermée est rappelé en Fig. 31.



**Fig. 31** Schéma de principe de l'oscillateur de type Colpitts en boucle fermée.

Un tel oscillateur peut être schématisé en petits signaux :



**Fig. 32** Schéma équivalent simplifié (AC linéarisé) d'un oscillateur Colpitts en boucle ouverte.

Le  $\pi$  résonnant est constitué de l'ensemble  $\{Z_1, Z_2, Z_3\}$ . Le  $\pi$  doit être chargé par l'impédance d'entrée de l'amplificateur, lui-même caractérisé par son impédance d'entrée  $Z_e$ , sa transconductance  $G_m$  et son impédance de sortie  $Z_s$ . Avec les notations de la Fig. 32, la fonction de transfert en boucle ouverte peut être écrite :

$$G.H = \frac{v_2}{v_{in}} = G_m \cdot \frac{Z'_3 \cdot Z'_1}{Z'_1 + Z_2 + Z'_3} \quad (85)$$

En écrivant les impédances sous la forme :  $Z_1' = R_1 + jX_1$ ,  $Z_2 = jX_2$  et  $Z_3' = R_3 + jX_3$  (cas de l'oscillateur Colpitts),  $GH$  devient :

$$G.H = G_m \cdot \frac{R_1 R_3 - X_1 X_3 + j(X_1 R_3 + R_1 X_3)}{R_1 + R_3 + j(X_1 + X_2 + X_3)} = g_m \cdot \frac{A + jB}{C + jD} = G_m \cdot \frac{(AC + BD) + j(BC - AD)}{C^2 + D^2} \quad (86)$$

Pour que les conditions de Barkhausen soient respectées, il faut bien sûr  $GH = 1$  (en fait  $>1$  en module) c'est à dire :

1/  $\text{Arg } G.H = 0 \rightarrow BC = AD$  ; cette relation donne la fréquence d'oscillation  $f_{osc}$  du système.

$$(X_1 R_3 + R_1 X_3)(R_1 + R_3) = (R_1 R_3 - X_1 X_3)(X_1 + X_2 + X_3) \quad (87)$$

2/  $|G.H(f_{osc})| > 1$  (condition sur le gain)  $\rightarrow G_m \cdot \frac{B}{D} > 1$  (si  $D > 0$ ) car à  $f_{osc}$  :  $BC = AD$ .

• **Cas très simplifié :**

Dans le cas où  $Z_1'$  se réduit à une résistance  $R_s$  (résistance de sortie de l'amplificateur) en parallèle avec une capacité  $C_1$  d'impédance  $jX_{C1}$  (cas du Colpitts) :

$$Z_1' = R_1 + jX_1 = \frac{R_s \cdot jX_{C1}^2}{R_s + X_{C1}^2} + j \frac{R_s^2 \cdot X_{C1}}{R_s + X_{C1}^2} \quad (88)$$

De même,  $Z_3'$  est constituée de l'impédance du résonateur  $Z_x$  en parallèle avec l'impédance d'entrée de l'amplificateur (qui dépend en toute rigueur de  $Z_e$  et  $Z_x$ ). Les calculs deviennent par conséquent très lourds (voire impossible avec la récursivité). La simulation devient alors une aide incontournable et précieuse.

A titre indicatif, dans le cas très simplifié où le résonateur est réduit à une inductance  $L_3$  d'impédance  $jX_{L3}$  et que  $Z_e$  est supposée idéalement infinie, la relation donnant  $f_{osc}$ , se simplifie, en :

$$X_{L3} + X_{C2} + X_{C1} = 0 \rightarrow f_{osc} \text{ fréquence série de } \{L_3, C_1, C_2\}$$

$$f_{osc} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{L_3 C_1 C_2}{C_1 + C_2}}} \quad (89)$$

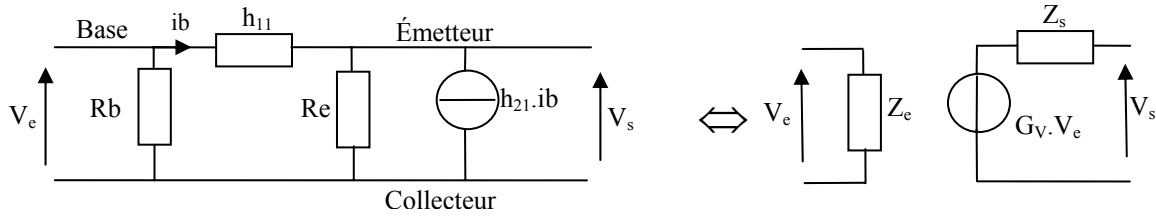
Et la condition de gain se réduit à :  $G_m \cdot R_s \cdot > \frac{C_2}{C_1 + C_2}$  c'est-à-dire  $G_{v_{avide}} \cdot > \frac{C_2}{C_1 + C_2}$  ( $G_{v_{avide}}$  : gain en tension à vide de l'étage amplificateur). A noter que, dans le cas d'un montage collecteur commun (oscillateur Colpitts) :

$$G_{v_{avide}} \approx \frac{h_{21} R_E}{h_{11} + h_{21} R_E} \approx \frac{h_{21} R_E I_c}{h_{21} R_E I_c + \beta U_T} \quad (90)$$

$h_{21}$  : gain dynamique en courant ;  $R_E$  : résistance émetteur ;  $I_c$  : courant collecteur ;  $\beta$  : gain statique en courant ;  $U_T = \frac{kT}{e} \approx 25 \text{ mV}$  à 300K.

La condition de gain peut donc aussi s'écrire :  $\frac{C_1}{C_2} > \frac{\beta U_T}{h_{21} R_E I_c}$ , la quantité  $R_E I_c$  s'identifiant à la tension continue à l'émetteur.

La transconductance du montage collecteur commun sans sa charge peut être exprimée de la façon suivante :



**Fig. 33** Approximation de la transconductance de la partie amplificateur collecteur commun.

Soit  $Z_{charge}$  la charge connectée aux bornes de  $V_s$ ,  $G_V$  le gain en tension de l'étage amplificateur à collecteur commun,  $G_m$  la transconductance de cet étage,  $g_m$  la transconductance du transistor et  $h_{ij}$  ses paramètres hybrides. Dans le cas de l'amplificateur à transmittance de la Fig. 33, les impédances vues de l'entrée et de la sortie (respectivement  $Z_e$  et  $Z_s$ ) s'écrivent :

$$Z_e = R_b // [h_{11} + (R_e // Z_{charge}) h_{21}]$$

$$Z_s = \frac{(R_e // h_{11}) \frac{h_{11}}{h_{21}}}{\frac{h_{11}}{h_{21}} + R_e // h_{11}} = \frac{h_{11}}{h_{21}} // (R_e // h_{11}) \approx \frac{h_{11}}{h_{21}} \approx \frac{1}{g_m} \quad (91)$$

Le gain en tension peut ensuite être exprimé et la transconductance de l'étage peut finalement en être déduite :

$$G_V = \frac{V_s}{V_e} = \frac{h_{21} (R_e // Z_{charge})}{h_{21} (R_e // Z_{charge}) + h_{11}}$$

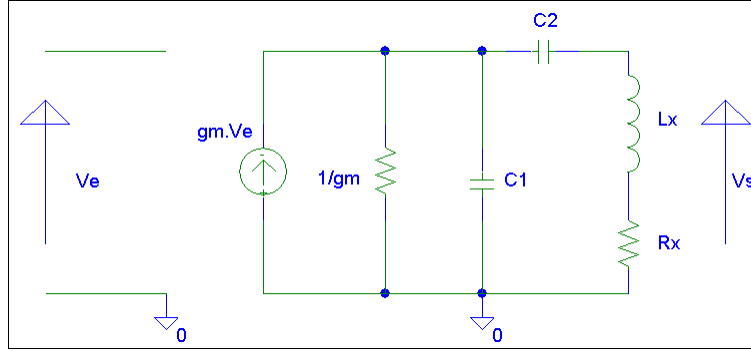
$$G_m = \frac{G_V}{Z_s} \approx \frac{g_m}{1 + \frac{1}{g_m \times R_e}} \approx g_m \quad (92)$$

Les expressions (92) et (93) servent à démontrer la simplification suivante :  $Z_s \approx \frac{1}{g_m}$  et  $G_m \approx g_m$ . Ces approximations seront utilisées dans toutes les élaborations de modèle qui suivent.

#### • Autour de la résonance :

En réalité, à la résonance il est plus juste de considérer le résonateur comme une inductance en série avec sa résistance ( $R_x$  et  $L$ ). Attention,  $L$  ne correspond pas à l'inductance motionnelle du résonateur mais à celle calculée à la fréquence de résonance (à l'aide du couple impédance-phase) à partir de la simulation de l'oscillateur tout entier.  $L$  est en fait la partie résiduelle de  $L_x$  lorsque le complément  $L_x - L$  est accordé avec la capacité motionnelle  $C_x$ . C'est pourquoi ce modèle n'est valable uniquement que près de la fréquence de résonance !

La transconductance de l'amplificateur se réduisant à celle du transistor (93), d'où le modèle de la Fig. 34 :



**Fig. 34** Modèle valable aux fréquences proches de la résonance.

En prenant  $Z_1 = \frac{r}{1 + j\omega r C_1}$  avec  $r = \frac{1}{g_m}$  puis  $Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$  et  $Z_3 = R_x + j\omega L_x$ , le gain en tension de ce modèle peut être exprimé, il vaut :

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_x + j\omega L_x}{r + r \frac{C_1}{C_2} + R_x - \omega^2 r C_1 L_x + j \left( -\frac{1}{\omega C_2} + R_x C_1 r \omega + L_x \omega \right)} \quad (93)$$

Il est choisi de poser  $C_1 = k.C_2 = k.C$  et d'exprimer le gain en tension sous la forme  $\frac{V_s}{V_e} = \frac{A + j.B}{D + j.E}$ , ce qui donne :

$$\begin{aligned} A &= R_x ; B = L_x \omega ; D = r + kr - \omega^2 rkCL_x \text{ et} \\ E &= -\frac{1}{C\omega} + kR_x r C \omega + L_x \omega \end{aligned} \quad (94)$$

De ces formulations, la condition sur le gain peut être extraite  $\frac{B}{E} > 1 \Leftrightarrow \frac{g_m}{kC^2} > R_x \omega_0^2$  et la condition sur la phase :

$$\begin{aligned} \text{Arg}\left(\frac{V_s}{V_e}\right) &= 0 \Rightarrow AE = BD \\ \omega_0^2 &= \frac{(L_x Cr + L_x Crk - R_x^2 k C^2 r) + \sqrt{(-L_x Cr - L_x Crk + R_x^2 k C^2 r) + 4R_x rk C^2 L_x^2}}{2rkC^2 L_x^2} \end{aligned} \quad (95)$$

Lorsque les valeurs numériques des paramètres du résonateur ainsi que celles du transistor sont connues, il est alors possible d'effectuer des simplifications. De ces formulations sont déduites des conditions sur  $k$  et  $C$  permettant de décrire le fonctionnement de l'oscillateur.

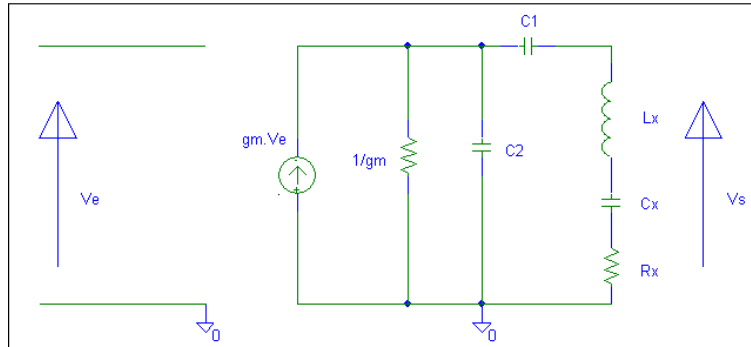
• **Optimisation de la phase :**

Le model de Leeson [15] ainsi que d'autres travaux mettent clairement en évidence que le bruit de fréquence (de phase) rattaché à l'électronique est, dans la bande passante du résonateur, lié à l'étroitesse de cette bande. En effet, plus petite est la bande passante du résonateur (en charge) moins le bruit et les raies parasites présentes en sortie de l'amplificateur seront réinjectés à travers le résonateur. L'idéal serait donc de disposer d'un résonateur de bande passante infiniment étroite à la valeur de la fréquence d'oscillation et qui présenterait en dehors de cette valeur un déphasage de  $\pi$  assurant une rétroaction stabilisatrice. Ceci limiterait au mieux le bruit dit : « d'électronique ». Le bruit propre du résonateur ne peut pas être compensé.

Donc, si les conditions de Barkhausen sont à l'évidence respectées lorsqu'un oscillateur délivre un signal, le fonctionnement de l'oscillateur ne garantit pas pour autant que son réglage soit optimum pour réduire le bruit de fréquence de l'électronique, dans la bande passante du résonateur. En revanche, il l'est lorsque le point de fonctionnement est situé à l'endroit le plus pentu de la caractéristique phase-fréquence de l'oscillateur en boucle ouverte. Ceci conditionne le développement qui suit.

Il est possible de positionner le fonctionnement de l'oscillateur (le zéro de phase) en un point de la phase où la pente est maximum, il en découle ainsi une minimisation des variations de fréquence. Ce positionnement est possible en exprimant une condition sur  $k$  et  $C$  qui doit impérativement être compatible avec celle du modèle précédent (sinon il n'y a plus oscillation).

Le positionnement idéal du zéro de phase se situe au maximum (en valeur absolue) de la dérivée de la phase, là où la pente de la phase est maximum (ce qui correspond à un coefficient de qualité en charge maximum) : la dérivée seconde de la phase est nulle.



**Fig. 35** Schéma du modèle d'optimisation de la phase.

Pour ce modèle (Fig. 35), l'approximation sur la transconductance est utilisée et, la charge connectée aux bornes du résonateur est considérée négligeable. Il nous faut donc calculer la dérivée seconde de la phase de  $V_s/V_e$ .

Mettons ce rapport sous la forme :

$$\frac{V_s}{V_e} = gm \times \frac{A + jB}{C + jD} = gm \times \frac{E + jF}{K} \quad (96)$$

$$\text{Alors : } \text{Arg}\left(\frac{V_s}{V_e}\right) = \text{Arc tan}\left[\frac{F(\omega)}{E(\omega)}\right]$$

$$A, B, C, D, E, F, K \in \Re$$

Avec 
$$A = R_X g_m^{-1}; B = L_X g_m^{-1} - \frac{1}{g_m C_X \omega}; C = g_m^{-1} \left( 1 + \frac{C_2}{C_1} - L_X C_2 \omega^2 + \frac{C_2}{C_X} \right) + R_X;$$

$$D = g_m^{-1} C_2 R_X \omega + L_X \omega - \frac{1}{C_X \omega} - \frac{1}{C_1 \omega}$$

$$K = C^2 + D^2; E = AC + BD; F = BC - AD$$

Donc :

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\omega} &= \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{F}{E} \right)^2} \times \frac{d}{d\omega} \left( \frac{F}{E} \right) \right] \\ \frac{d^2\varphi}{d\omega^2} &= \frac{d}{d\omega} \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{F}{E} \right)^2} \times \frac{d}{d\omega} \left( \frac{F}{E} \right) \right] \end{aligned} \quad (97)$$

Or, il faut que cette optimisation soit effective à la résonance ; on se place donc à la fréquence de résonance :

$$\left( \frac{d^2\varphi}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} = \frac{d^2}{d\omega^2} \left( \frac{F}{E} \right)_{\omega_0} = \frac{d^2}{d\omega^2} \left( \frac{BC - AD}{AC + BD} \right)_{\omega_0} \quad (98)$$

Car  $\frac{F}{E} = \frac{BC - AD}{AC + BD}$  et à  $\omega_0$  :  $F(\omega_0) = BC - AD = 0$ .

La condition prend donc pour expression :

$$\left( \frac{d^2\varphi}{d\omega^2} \right)_{\omega_0} = 0 \Leftrightarrow \frac{B''C + 2B'C' + BC'' - A''D - 2A'D' - AD'' - 2[(B'C + BC' - A'D - AD')(A'C + AC' + B'D + BD')]}{(AC + BD)^2} = 0 \quad (99)$$

Lorsque les paramètres du résonateur sont connus, il est alors possible de calculer une condition d'optimisation de la pente de phase qui vient s'ajouter aux conditions d'oscillation. Ce calcul est alors numérique (essentiellement par simulation) car l'expression analytique est trop complexe pour être traitée simplement.

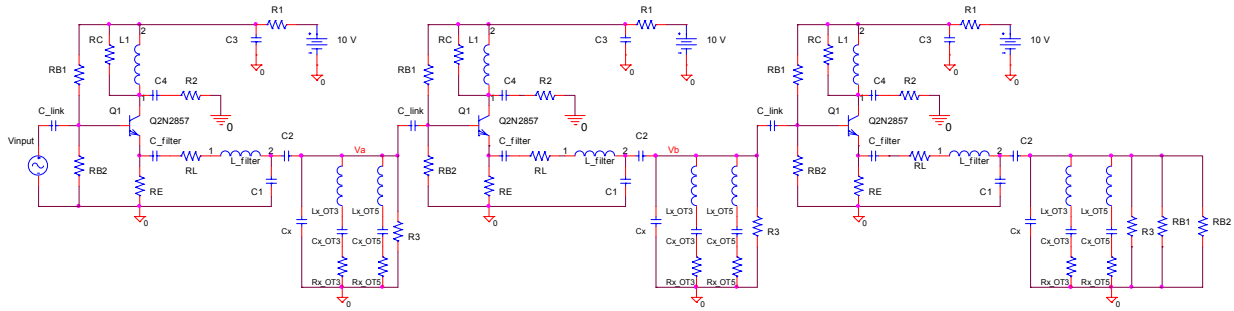
## 2.B.2) Simulation sur Pspice

Comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, il est relativement difficile de décrire analytiquement de façon satisfaisante le fonctionnement de l'oscillateur Colpitts. La simulation devient alors une aide incontournable. Cette partie décrit la méthode de simulation qui est du reste, utilisée dans la suite de ces travaux.

L'expression suivante relie l'inverse de la demi-bande passante de l'oscillateur en boucle ouverte avec la valeur de la pente de la phase à la fréquence d'oscillation  $f_{osc}$ , ce qui permet donc d'exprimer le coefficient de qualité en charge.

$$\left. \frac{d\varphi}{df} \right|_{f_{osc}} = 2 \frac{Q_L}{f_{osc}} \text{rd.Hz}^{-1} = 2 \frac{Q_L}{f_{osc}} \cdot \frac{180}{\pi} \text{deg.Hz}^{-1} \quad (100)$$

Pour la simulation en boucle ouverte, l'oscillateur est chargé trois fois sur lui-même pour tenir compte de l'effet des impédances de charge au bouclage comme le montre la Fig. 36.

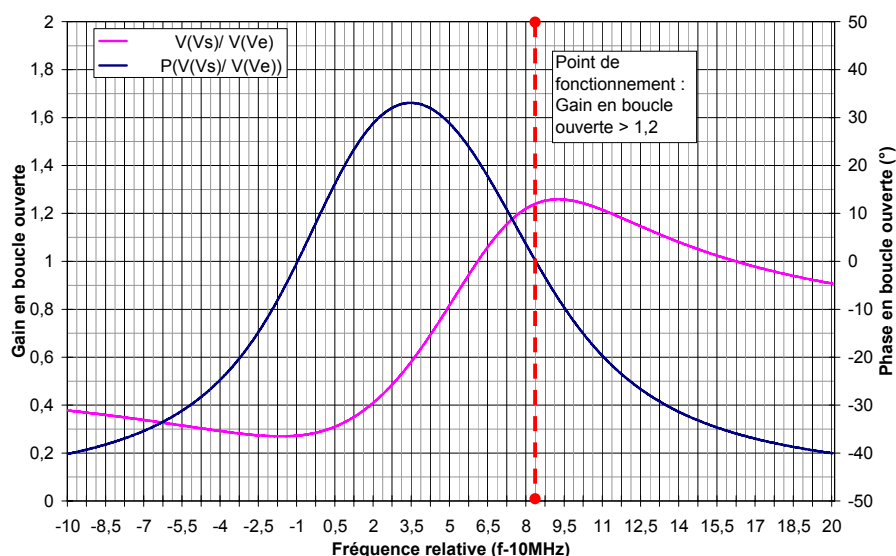


**Fig. 36** Exemple de schéma de simulation de l'oscillateur en boucle ouverte chargé trois fois sur lui-même.

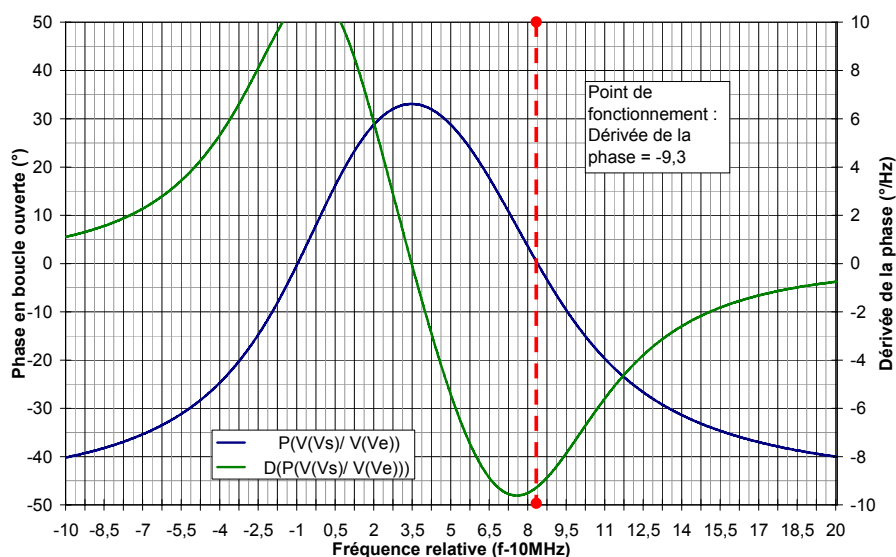
Pour simplifier, le résonateur est défini par son coefficient de qualité  $Q$ , sa fréquence de résonance série  $f_0$  et sa résistance motionnelle  $R_x$ . La simulation sous Pspice se fait en balayage AC (linéarisé) autour de la fréquence  $f_0$  (ici  $10 \text{ MHz}$ ). Les Fig. 37 et Fig. 38 présentent les résultats de cette simulation en boucle ouverte. Cette première simulation permet de vérifier si les conditions de Barkhausen sont respectées et, d'évaluer la valeur du coefficient de qualité en charge (en pourcentage de celui à vide) avec la relation (102). Dans cet exemple le  $Q$  à vide vaut  $1,3 \cdot 10^6$ , la valeur de  $Q_L$  est donc :

$$Q_L(\%) = \left. \frac{d\varphi}{df} \right|_{f_{osc}} \times \frac{\pi f_{osc}}{360} \times \frac{1}{Q} \quad (101)$$

Pour notre exemple numérique :  $Q_L(\%) = 62,4 \%$  (du  $Q$  à vide).



**Fig. 37** Exemple de résultats de simulations en analyse harmonique (linéaire) autour de 10 MHz : fonction de transfert  $G.H$  en boucle ouverte, en module ( $V(V_s)/V(V_e)$ ) et phase ( $P(V(V_s)/V(V_e))$ ).  
Au point de fonctionnement (phase nulle) le gain en tension est supérieur à 1,2.



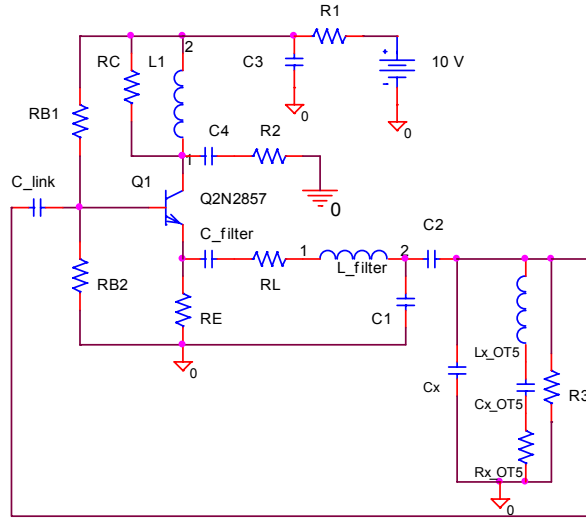
**Fig. 38** Exemple de résultats de simulation AC en boucle ouverte.  
Au point de fonctionnement (phase nulle) la dérivée de la phase est de  $-9,3$  °/Hz.

Les niveaux de tension et de puissance dans l'oscillateur peuvent être approchés en étudiant l'oscillateur en boucle fermée. Pour cela une simulation temporelle est utilisée. Pour un résonateur à cristal, il est délicat de réaliser une telle simulation à cause de son coefficient de qualité élevé. En effet, il faut approximativement  $Q$  périodes pour atteindre le régime permanent, c'est-à-dire  $0,13$  s pour un résonateur 10 MHz avec un  $Q$  de  $1,3 \cdot 10^6$ . En pratique il est quasi impossible de réaliser une telle simulation sous Pspice, puisque pour obtenir le démarrage de l'oscillateur il faut réduire le pas de calcul à une valeur au moins dix fois inférieure à la période du signal, c'est-à-dire un pas maxi de  $10^{-8}$  s. Typiquement le pas utilisé est de  $10^{-9}$  s, ce qui correspondrait à 130 millions de pas de calcul pour le même exemple !

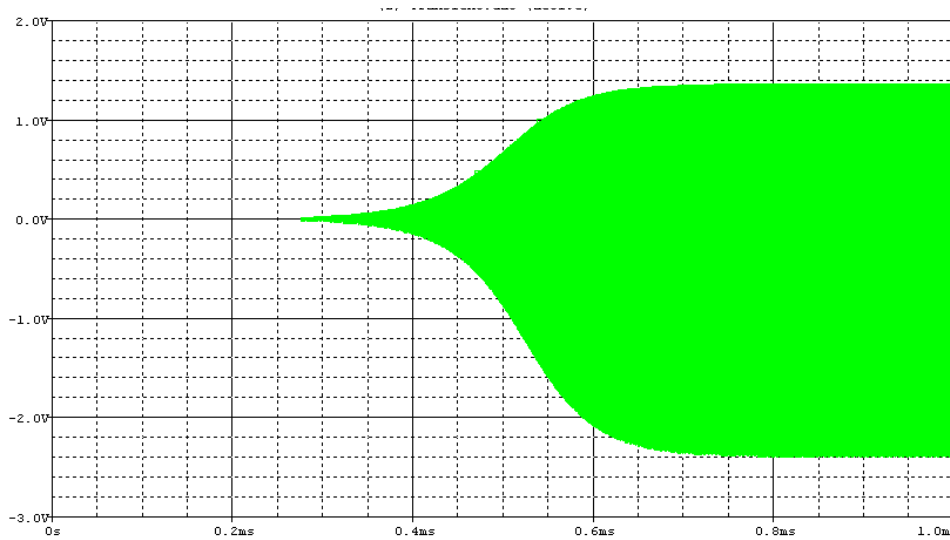
En pratique pour évaluer la puissance dissipée dans le résonateur, le coefficient de qualité est réduit à une valeur de 1000, sans changer la valeur de la résistance mot ionnelle. Ce qui permet de faire une simulation moins longue, typiquement 1 ms (temps 10 fois supérieur au



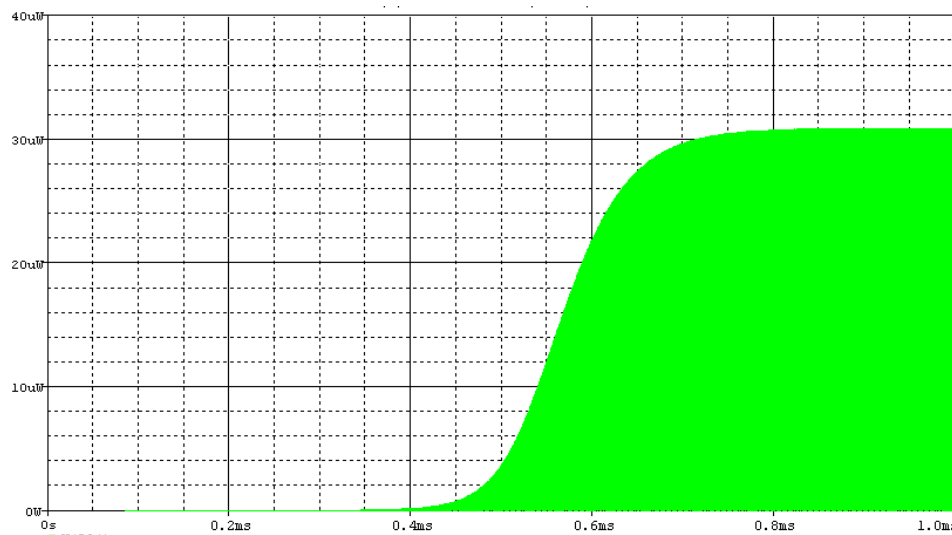
temps des  $Q$  périodes). Le schéma est visible Fig. 39, un exemple de simulation du démarrage est en Fig. 40.



**Fig. 39** Exemple de schéma de la simulation boucle fermée de l'oscillateur Colpitts.



**Fig. 40** Exemple de résultats de simulation de démarrage en boucle fermée : tension à la sortie de la boucle oscillatrice (collecteur).



**Fig. 41** Exemple de résultats de simulation en boucle fermée : puissance moyenne dissipée par la résistance motionnelle du résonateur (ici 16  $\mu$ W).

Basée sur ces analyses, une méthode de recherche automatique du point de fonctionnement optimal a été développée. Elle prend en compte le gain pour différents modes et/ou partiels, l'amélioration du coefficient de qualité en charge et la puissance d'excitation du résonateur. Elle est notamment développée dans le chapitre II.

## 2.C) Cas de l'oscillateur ultra-stable

Conventionnellement, la stabilité de la fréquence  $f$  du signal délivré par une source dite de référence est caractérisée par la variance  $\sigma_y(\tau)$  de ses fluctuations relatives de fréquence  $y = (f - f_0)/f_0$  autour de sa valeur moyenne  $f_0$ , dans le domaine temporel.

Pour le cas des oscillateurs à quartz à ondes de volume, cette variance de bruit, qui dépend évidemment du temps d'intégration  $\tau$ , présente des valeurs faibles pour des valeurs de  $\tau$  typiquement comprises entre quelques secondes et quelques dizaines de secondes.

Un oscillateur ultra stable (OUS) de qualité, présente une instabilité relative de fréquence de l'ordre de  $\sigma_y(\tau) = 1 \cdot 10^{-13}$  pour  $2s < \tau < 10s$ . Ces OUS, qui mettent en œuvre des résonateurs à ondes élastiques à 5 ou 10 MHz présentant d'excellents facteurs de qualité ( $Q \sim 1,2 \cdot 10^6$  à 10 MHz, typiquement), restent la référence de fréquence la plus stable sur le court / moyen terme. A plus long terme ( $\tau > 100s$ ), ils sont supplantés par les horloges à atomes. Les OUS sont utilisés comme des dispositifs à part entière (leur fréquence de base étant souvent multipliée dans la plupart des applications) ou sont intégrés dans des références atomiques ; ils occupent par conséquent une place stratégique dans l'ensemble des références de fréquence.

Aujourd'hui, l'état de l'art en terme de stabilité relative de fréquence pour des résonateurs à ondes acoustiques de volume, est de  $5 \cdot 10^{-14}$  à 10 MHz, sur des temps de mesure de 4 à 10 secondes [25]. Cette performance, obtenue par un laboratoire, a bien été réalisée mais n'a encore jamais été véritablement reproduite. En effet, en production industrielle, les valeurs atteintes de manière reproductible mais encore non systématique (obtenues uniquement par trie sur des grandes quantités) sont de l'ordre de  $7$  à  $8 \cdot 10^{-14}$  à 5 MHz.

Dans le domaine spectral, la stabilité à court terme d'un oscillateur se traduit par un très faible bruit près de la porteuse  $f_0$  (typiquement qualifié à  $\Delta f = 1$  Hz de celle-ci). Les meilleurs résultats sont obtenus par des oscillateurs fonctionnant avec des résonateurs à ondes acoustiques de cisaillement d'épaisseur à  $f_0 = 5$  ou 10 MHz, comme rappelé ci-dessus. Il est évident que l'électronique, notamment, doit être d'excellente qualité (à très faible bruit). Cependant, aux fréquences relativement basses, le bruit de l'oscillateur près de la porteuse est en fait limité par celui du résonateur (ce qui n'est plus vrai pour les oscillateurs hyperfréquences, à résonateurs diélectriques, pour lesquels le bruit de l'électronique prédomine). La qualité du résonateur est donc primordiale, tant au niveau du cristal d'origine, qu'au niveau de sa conception et de sa fabrication, puisque c'est cet élément qui impose la stabilité de l'oscillateur.

### 3) Bibliographie du chapitre I

- [1] N. Gufflet, F. Sthal, J. J. Boy, R. Bourquin, M. Mourey, "Doubly rotated quartz resonators with a low amplitude-frequency effect: the LD-cut", IEEE transactions on UFFC, volume 48, pp. 1681-1685, November, 2001.
- [2] J. R. Vig, "Quartz Crystal Resonators and Oscillators for Frequency Control and Timing Applications - A Tutorial", January, 2007.
- [3] R.J. Besson, J. J. Boy, M. Mourey, "BVA resonators and oscillators: a review. Relation with space requirements and quartz material characterization", Frequency Control Symposium, pp. 590-599, 31 May-2 Jun 1995.
- [4] W. Shockley, D. R. Curran, D. J. Koneval, "Energy trapping and related studies of multiple electrode filter crystals", Proceedings of the Annual Frequency Control Symposium, pp. 88-126, 1963.
- [5] R. D. Mindlin, D. C. Gazis, "Strong resonances of rectangular AT-Cut quartz plates".
- [6] D. S. Stevens and H. F. Tiersten, "An analysis of doubly rotated quartz resonators utilizing essentially thickness modes with transverse variation", JASA vol. 79, pp 1811-1826, June 1986.
- [7] J.J. Gagnepain, "Mécanismes non linéaires dans les résonateurs à quartz : théorie, expériences et applications métrologiques", Thèse Université de Besançon, Mars 1972.
- [8] J. Duffaud, "Phénomènes non-linéaires dans les résonateurs à quartz", Thèse Université de Besançon, Septembre 1978.
- [9] R.N. Thurston, H. J. McSkimin, P. Andreatch Jr., "Third order elastic coefficients of quartz", J. of App. Physics, Vol.37, pp.267-271, January 1966.
- [10] D.A. Nassour, "Influence des paramètres de construction sur le défaut d'isochronisme des résonateurs piézoélectriques à simple ou double rotation", Thèse Université de Besançon, Mai 1982.
- [11] H. F. Tiersten, D. S. Stevens, "An analysis of non-linear resonance in contoured quartz resonators", J.A.S.A., Vol.80, N°4, pp. 1122-1132, October 1986.
- [12] R. Brendel, D. Gillet, N. Ratier, F. Lardet-Vieudrin, and J. Delporte, "Nonlinear dipolar modeling of quartz oscillators," Proc. of the 14th EFTF, Torino, Italy, pp. 184-188, March 2000.
- [13] M. Addouche, R. Brendel, D. Gillet, N. Ratier, F. Lardet-Vieudrin, J. Delporte, "Modeling of quartz crystal oscillators by using nonlinear dipolar method," IEEE Trans. UFFC, vol. 50, pp. 487-495, May 2003.
- [14] M. Addouche, N. Ratier, D. Gillet, R. Brendel, F. Lardet-Vieudrin, J. Delporte, "ADOQ: a quartz crystal oscillator simulation software," Proc. of the 55th IEEE IFCS, Seattle, USA, pp. 753-757, June 2001.
- [15] D. B. Leeson, "A simple model of feedback oscillator noise spectrum", Proc. IEEE, vol. 54, pp. 329-330, Feb. 1966.
- [16] M. Mourey, S. Galliou, R. J. Besson, "A phase noise model to improve the frequency stability of ultra stable oscillator", IEEE International Frequency Control Symposium, Orlando Fl USA, pp. 502-508, June 1997.

- [17] S. Galliou, F. Sthal, M. Mourey, "Enhanced phase noise model for quartz crystal oscillators", 2002 IEEE/EIA International Frequency Control Symposium, New Orleans, La USA, pp. 627-632, May 2002.
- [18] S. Galliou, F. Sthal, N. Gufflet, M. Mourey, "Predicting phase noise in crystal oscillators", joint meeting 17th European Frequency and Time Forum, 2003 IEEE International Frequency Control Symposium Tampa, Fa USA, pp. 499-502, May 2003.
- [19] F. Sthal, S. Galliou, N. Gufflet, M. Mourey, "Predicting phase noise in crystal oscillators", IEEE transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, vol.52, no1, pp. 27-30, Jan. 2005.
- [20] M. E. Frerking, "crystal oscillator design and temperature compensation", Van Nostrand, New York, 1978.
- [21] B. Parzen, A. Ballato, "Design of crystal and other harmonic oscillators", Wiley Intersciences, New York, 1983.
- [22] Randall W. Rhea, "Oscillator design and computer simulation", Noble Publishing Corporation, Atlanta, 1995.
- [23] Robert J. Matthys, "Crystal Oscillator circuits", Krieger Publishing Company, Malabar Florida, 1992.
- [24] R. J. Besson, M. Mourey, S. Galliou, Ph. Guillemot, "Phase noise figures comparison in transistor amplifiers of different types", Proceedings of IEE - EFTF, Brighton, UK, pp. 447-451, March 1996.
- [25] R.J. Besson, M. Mourey, S. Galliou, F. Marionnet, F. Gonzalez, P. Guillemot, R. Tjoelker, W. Diener, A. Kirk, "10 MHz hyperstable quartz oscillator performances", Proceedings of joint meeting European Frequency and Time Forum and Frequency Control Symposium, pp 326-330, Besançon, France, Avril, 1999.

## Chapitre II : Oscillateur à langatate



## 1) Introduction

Les matériaux de la famille du cristal de langasite ont été découverts à l'Université d'Etat de Moscou (MSU) [1]. Le premier composé découvert a été le cristal de  $\text{Ca}_3\text{Ga}_2\text{Ge}_4\text{O}_{14}$  en 1979. Il a été suivi du cristal de langasite ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ , LGS) en 1980 qui a donné le nom de cette famille de matériaux. Historiquement, un intérêt particulier a été porté à ces matériaux pour ses caractéristiques optiques [2] [3] et son utilisation dans l'ingénierie du laser. Mais après investigation sur les propriétés physiques de ce cristal, il a été démontré que leurs caractéristiques piézoélectriques étaient aussi intéressantes. De plus, il n'existe pas de transition de phase (point de Curie) jusqu'à la température de fusion, pas d'effet pyroélectrique et ce cristal présente un bon coefficient de qualité. Il a donc un intérêt industriel pour la réalisation de filtres [4] à large bande BAW [5] (Bulk Acoustic Waves) et SAW (Surface Acoustic Waves) ainsi que de capteurs [6]. Comparé au cristal de quartz, il permet de réduire la dimension et le coût de ces filtres grâce à son coefficient de couplage électromécanique plus élevé.

Les travaux présentés dans ce chapitre portent sur l'évaluation des potentialités des matériaux de la famille du cristal de langasite pour la réalisation d'oscillateurs ultra-stables. Jusque là, aucune publication liée à la réalisation d'oscillateurs de hautes performances n'existait. Au niveau international, la bibliographie sur ces matériaux traite essentiellement de mesures de constantes physiques, de coefficient de qualité, de sensibilité aux efforts, de la qualité et des défauts internes des matériaux et enfin de la fabrication de résonateurs [7] [8] [9] [10] [11]. Au niveau national, aucune publication n'est sujette à la réalisation d'oscillateur.

Pour atteindre le but final, il a fallu réaliser un grand nombre de résonateurs pour caractériser les matériaux disponibles et enfin mettre au point une technique et un procédé de fabrication adaptés. En effet, aucun procédé de fabrication de résonateurs LGS et/ou LGT n'existait dans le laboratoire. Deux types de cristaux ont été utilisés : le cristal de langasite  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$  (aussi appelé LGS), et le cristal de langatate  $\text{La}_3\text{Ga}_{5.5}\text{Ta}_{0.5}\text{O}_{14}$  (aussi appelé LGT). Mais malheureusement, les premiers résonateurs à LGS ont été très décevants. Ils possédaient un faible coefficient de qualité par rapport à ceux annoncés dans la littérature (environ 10 fois moins).

La recherche de la cause et de la solution a retardé l'avancée de l'étude. Une fois cette barrière dépassée, les premiers prototypes de résonateurs à fort coefficient de qualité ont pu être réalisés. Par la suite, les travaux ont portés sur le développement d'une électronique d'oscillateur particulière ainsi que sur la mise au point d'une régulation thermique fine pour l'utilisation de ces mêmes résonateurs. Enfin, après avoir résolu les problèmes inhérents à l'électronique, il a été possible de débiter les caractérisations en terme de bruit, de stabilité et enfin de vieillissement des premiers prototypes d'oscillateurs dans la gamme ultra-stable.

Cette étude est le résultat d'un travail d'équipe pour un contrat passé entre la DGA (n° 04.34.033) et le laboratoire. Ainsi, les calculs de résonateur présentés dans ce mémoire ont été réalisés par Monsieur Roger BOURQUIN et l'analyse de spectrométrie infrarouge supervisée par Monsieur Jean-Jacques BOY

Ce chapitre présente les résultats découlant de chaque étape de développement des travaux précédemment énumérés. Pour une question de lisibilité et de compréhension, ceux-ci ne sont pas forcément présentés dans l'ordre chronologique.



## 2) Le résonateur

### 2.A) Différences de qualité des matériaux langasite et langatate

#### 2.A.1) Mise en évidence des différences de qualités

Dans ces travaux deux matériaux ont été étudiés : le cristal de langasite ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ ) [12] et le cristal de langatate ( $\text{La}_3\text{Ga}_{5,5}\text{Ta}_{0,5}\text{O}_{14}$ ) [13]. Dans un premier temps, une mise en évidence et une classification des différences de « grades » selon la provenance des matériaux ont dû être mises en place [14]. Pour chaque provenance de matériau, avec un même procédé de fabrication, un couple de résonateurs a été réalisé avec les paramètres suivant : une coupe Y, un rayon de courbure de 500 mm, un diamètre extérieur de 13,2 mm et enfin une fréquence approximative de 10 MHz sur le partiel 5 (correspondant à une épaisseur de résonateur de  $\sim 690 \mu\text{m}$ ). Tous les résultats sont résumés dans les Tab. 1 et Tab. 2, les mesures ont été réalisées sous vide secondaire. En ce qui concerne le fournisseur institut cristallographique de Moscou (IC RAS), seul un échantillon a pu être testé par manque de matière.

**Tab. 1** Paramètres des résonateurs langasite en fonction de leur provenance d'origine

Provenance	Fournisseur / échantillon	Partiel	Rx (ohms)	$C_0$ (pF)	Q (en $10^3$ )	Fréquence (MHz)	Produit $Q \times f$ (en $10^{12}$ )
Russie	Fomos n°1	3	66	10	64	4,5	0,29
		5	106		76	7,5	0,57
		7	296		65	10,2	0,66
	Fomos n°2	3	40	11	100	4,5	0,46
		5	70		109	7,5	0,82
		7	205		95	13,6	0,13
Japon	Mistubishi n°1	3	20	18	168	6,1	0,10
		5	37		170	10,2	1,74
		7	84		130	14,3	1,85
	Mitsubishi n°2	3	31	17	113	5,9	0,67
		5	49		133	9,9	1,31
		7	76		150	13,8	2,07
Russie	IC RAS	3	21	9	254	7,3	1,84
		5	35		287	12,1	3,47
		7	58		304	17,0	5,16
		9	78		308	21,8	6,72
France	Saint Gobain n°1	3	84	8	66	6,3	0,42
		5	152		67	10,6	0,72
		7	260		69	14,8	1,03
	Saint Gobain n°2	3	113	7	67	6,1	0,41
		5	223		69	10,1	0,70
		7	376		70	14,2	1,00

**Tab. 2** Paramètres des résonateurs langatate en fonction de leur provenance d'origine.

Provenance	Fournisseur / échantillon	Partiel	Rx (ohms)	C <sub>0</sub> (pF)	Q (en 10 <sup>3</sup> )	Fréquence (MHz)	Produit Q×f (en 10 <sup>12</sup> )
USA	Crystal Photonic n°1	3	9	9	524	5,8	3,04
		5	12		753	9,7	7,29
		7	17		949	13,5	12,8
		9	24		953	17,4	16,6
	Crystal Photonic n°2	3	9	9	523	5,8	3,04
		5	12		746	9,7	7,22
		7	17		938	13,6	12,7
Russie	Fomos n°1	3	128	8	37	5,8	0,21
		5	196		41	9,6	0,40
		7	276		53	13,5	0,71
	Fomos n°2	3	71	8	66	5,8	0,38
		5	128		67	9,6	0,65
		7	191		80	13,5	1,1

Plusieurs informations sont à retirer de ces deux tableaux :

- Il existe une différence de produits  $Q \times f$  sur le partiel 5 (et les autres) suivant les différents fournisseurs, allant jusqu'à un rapport 5 sur les cristaux de LGS et un facteur 15 pour les cristaux de LGT. Il apparaît donc comme indéniable que la provenance des matériaux influe directement, et de façon (très) importante, sur le coefficient de qualité des résonateurs.
- Deux échantillons consécutifs d'un même bloc peuvent avoir une variation de produit  $Q \times f$  d'autant plus importante que le  $Q$  du matériau est faible. Pour les cristaux de LGS, la variation est de : 30% pour le Fomos, 20% pour le Mitsubishi et moins de 5% pour le S<sup>t</sup> Gobain. Pour les cristaux de LGT, la variation est de : 35% pour le Fomos et moins de 5% pour le Crystal Photonic. Ces résultats montrent qu'il est tout à fait possible que la qualité d'un cristal ne soit pas identique d'un bout à l'autre de celui-ci.
- Les échantillons présentant le plus de potentialité en terme de  $Q$  sont ceux issus du bloc de LGT provenant de Crystal Photonic, avec une bonne homogénéité des résultats d'un échantillon à l'autre et un coefficient de qualité d'environ 750 000 à 10 MHz sur le partiel 5.

## 2.A.2) Explications : les origines des défauts dans la LGS et LGT

Il a été vu dans le précédent paragraphe que les matériaux LGS et LGT ne présentent pas le même niveau de qualité d'un fournisseur à l'autre. A l'heure actuelle, il n'est pas encore possible d'avoir le choix entre différents « grades » chez les fournisseurs, comme c'est déjà le cas avec le cristal de quartz. La qualité de chaque bloc est directement corrélée avec la couleur de celui-ci et il est prouvé que celle-ci est reliée à des défauts du cristal [15], [16], [17]. La coloration est dépendante de l'atmosphère qui règne dans la chambre de Csochralski durant le procédé de tirage du même nom. Le respect de la stœchiométrie du mélange a aussi une influence sur la couleur du cristal résultant [18]. Les Fig. 1 à Fig. 6 montrent les photos des différents cristaux de LGS et LGT et la Fig. 7 deux résonateurs dont un provenant de l'Institut

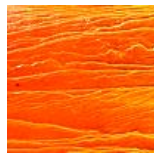
cristallographique de Moscou (IC RAS). La trace visible sur l'échantillon de gauche est une inclusion orientée suivant l'axe X visible au travers du cristal, l'échantillon de droite présente une très faible coloration (les traits visibles sont des diffractions géométriques dues à l'éclairage). Le Tab. 3 récapitule l'état de coloration de chaque cristal et le compare à la valeur du produit  $Q \times f$  sur le partiel 5 des résonateurs tests.



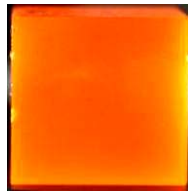
**Fig. 1** Langasite d'origine Fomos, couleur orange/rouge.



**Fig. 2** Langasite d'origine Saint Gobain, couleur orange.



**Fig. 3** Langasite d'origine Vnisiims, couleur orange.



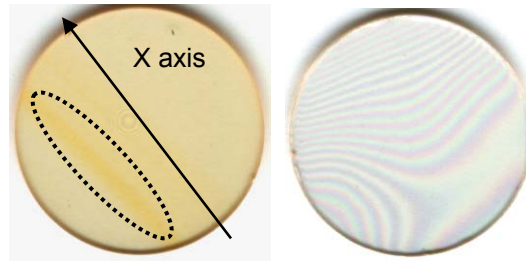
**Fig. 4** Langasite d'origine Mitsubishi, couleur orange.



**Fig. 5** Langatate d'origine Fomos, couleur vert/jaune.



**Fig. 6** Langatate d'origine Crystal Photonic, pas de coloration visible.



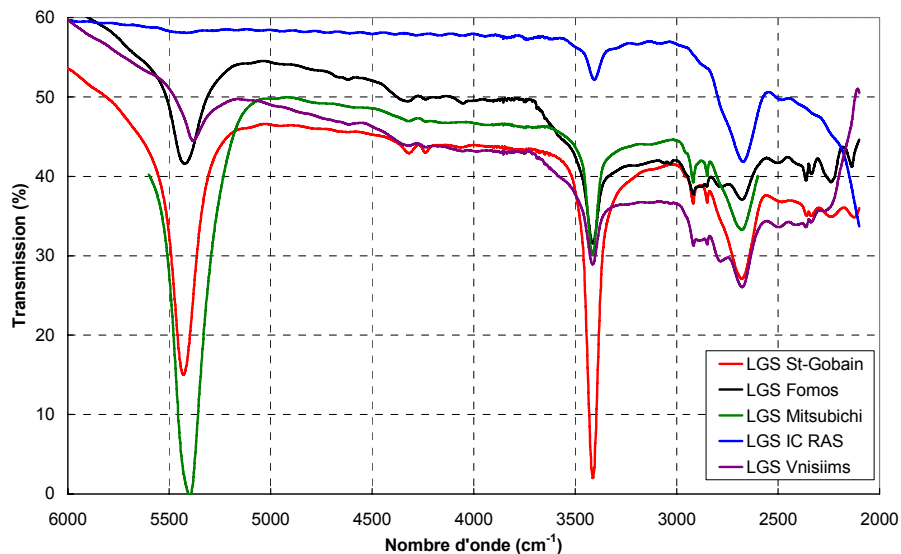
**Fig. 7** Couleur et défauts de deux résonateurs LGS de coupe Y (à gauche : origine Mitsubishi et à droite : IC RAS, couleur rouge très pale et peu visible).

**Tab. 3** Corrélation entre couleur et qualité des matériaux

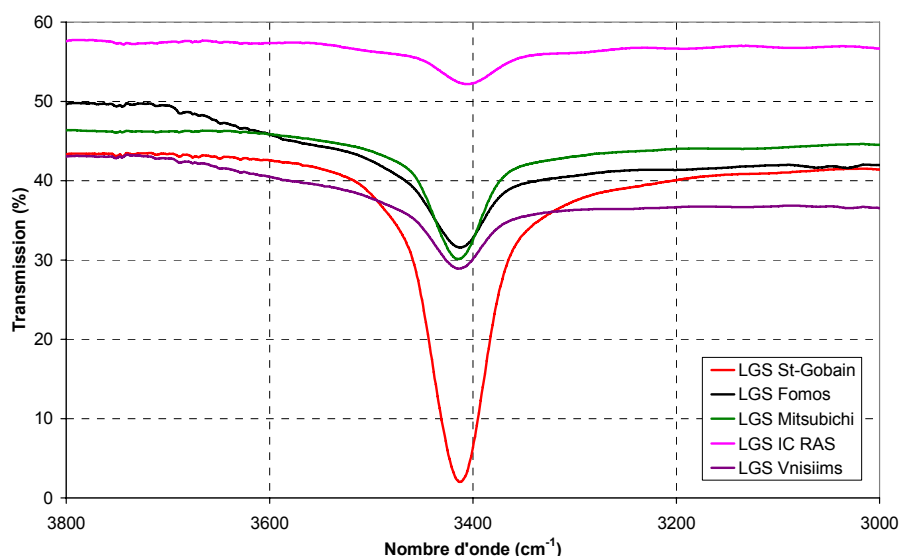
Fournisseur du bloc / matériau	Produit $Q \times f$ moyen à 10 MHz sur le partiel 5 (en $10^{12}$ )	Coloration
Fomos LGS	0,52	Forte
Saint Gobain LGS	0,72	Forte
Vniisim LGS	Non testé	Forte
IC RAS LGS	3,47	Faible
Mitsubishi LGS	1,52	Forte
Fomos LGT	0,52	Forte
Crystal Photonic LGT	7,25	Pas du tout

Ces résultats sur la couleur sont tout à fait corrélables à un autre type d'étude qui porte sur la spectrométrie de transmission infrarouge [19]. Elle consiste en l'étude de la transmission dans le spectre infrarouge d'une lame épaisse, de coupe Y et à faces polies, refroidie à température de l'azote liquide ( $\sim 77$  K).

Les Fig. 8 et Fig. 9 montrent le spectre de transmission pour des échantillons de LGS de différentes provenances. Ce spectre démontre que le matériau qui présente les meilleurs caractéristiques (LGS IC RAS) ne présente pas de pic d'absorption autour de  $5420$  et  $3413$   $\text{cm}^{-1}$ . La Fig. 9 présente le détail du pic d'absorption à  $3400$   $\text{cm}^{-1}$ , il semble que celui-ci soit directement lié à la qualité du cristal [20], [21].

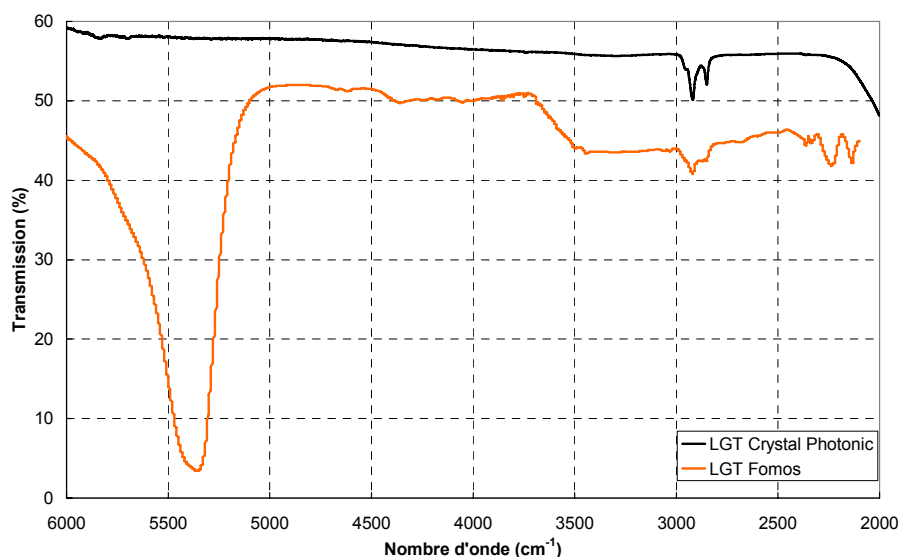


**Fig. 8** Spectre de transmission infrarouge réalisé sur des échantillons de LGS entre  $6000$  et  $2000$   $\text{cm}^{-1}$ .



**Fig. 9** Spectre de transmission infrarouge réalisé sur des échantillons de LGS entre 3800 et 3000  $\text{cm}^{-1}$ .

La Fig. 10 est le résultat de la mesure du spectre infrarouge sur le matériau LGT. De même que pour le matériau LGS, le bloc de meilleure qualité présente un faible pic d'absorption autour des 3400  $\text{cm}^{-1}$ .



**Fig. 10** Spectre de transmission infrarouge réalisé sur des échantillons de LGT entre 6000 et 2000  $\text{cm}^{-1}$ .

Les explications des différences de qualité entre différentes provenances d'un même matériau sont directement liées à son procédé de fabrication. Les cristaux de LGS et LGT sont fabriqués par la méthode de Czochralski, la coloration du matériau est essentiellement liée à la présence d'oxygène durant la montée en température, la stœchiométrie du mélange et la pureté des composés ont un impact direct sur la qualité du cristal résultant, ainsi que sur ses défauts internes [18] : inclusions, macles, contraintes...

La conclusion de cette étude portant sur la qualité des cristaux, c'est qu'il est clairement démontré que tous les blocs de LGS ou de LGT ne sont pas de bons candidats pour la mise au point de résonateurs de hautes qualités permettant la réalisation d'oscillateurs ultra-stables. Comme pour le cristal de quartz, il est indispensable de sélectionner le matériau de synthèse le plus pur, le plus exempt de défauts et qui présente le meilleur coefficient de qualité pour la fabrication de résonateur haut de gamme. Les origines des défauts présents dans ces cristaux

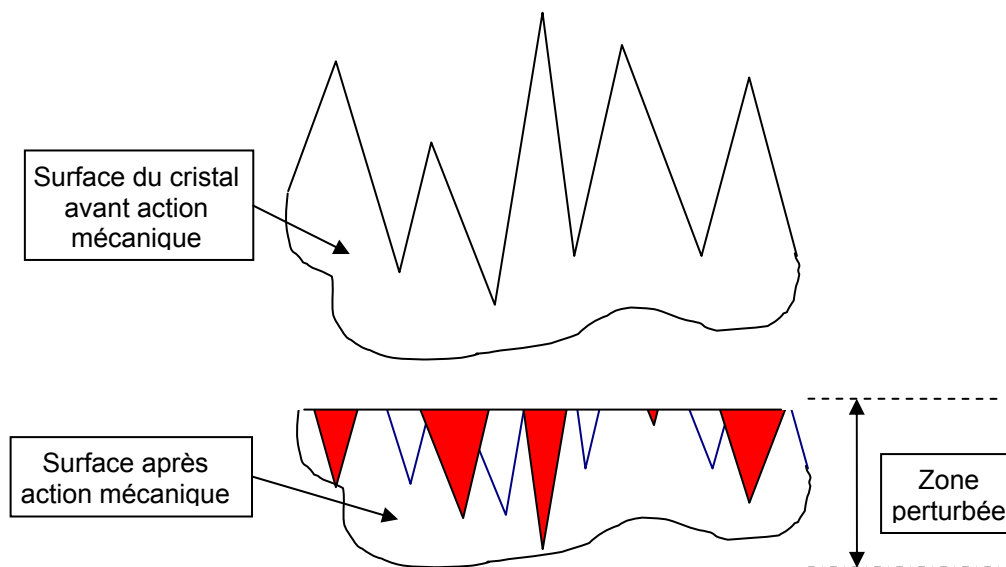
sont encore discutés par la communauté scientifique [22] [23] [24] [25], il semble toutefois que la coloration soit un premier élément de sélection restant néanmoins insuffisant. La qualification par spectrométrie infrarouge semble être une analyse beaucoup plus fiable. La façon la plus simple de s'en assurer, reste la réalisation d'un résonateur de coupe Y puis la mesure de son coefficient de qualité.

Pour la réalisation des prototypes de résonateurs, le choix se porte donc sur le cristal de langatate d'origine Crystal Photonic qui présente le meilleur coefficient de qualité même comparé au meilleur des cristaux de langasite à notre disposition.

## 2.B) Paramètres de fabrication du résonateur

Notre but est de développer un procédé d'usinage mécanique satisfaisant pour la réalisation de résonateurs à fort coefficient de qualité. Chronologiquement, les travaux sur le procédé de fabrication ont été réalisés avant et en même temps que ceux sur la qualité de ces mêmes matériaux, il faut donc considérer que la méthode mise au point pourrait être réajustée sur des cristaux de qualité optimale.

Toute action mécanique sur un cristal provoque une perturbation de la surface plus ou moins profonde. La Fig. 11 montre un exemple de dégradation de la microstructure du cristal par usinage mécanique, lors du sciage, du rodage ou du polissage les grains cassent les excroissances du cristal (rugosité) qui peuvent venir se refixer en surface. Il en résulte que même si la surface paraît polie, il existe une couche plus ou moins épaisse de matière amorphe et donc non-piézoélectrique. A ce phénomène s'ajoute celui de l'écrouissage et la présence probable de macles (créées par contraintes mécaniques). Nous allons nous intéresser aux procédés mécaniques pour la réalisation des résonateurs en partant des effets du sciage pour aller à ceux du polissage.



**Fig. 11** Perturbations superficielles dues aux actions mécaniques sur le cristal.

Pour tester les effets mécaniques du sciage, quatre lames de LGS de provenance Fomos ont été réalisées :

- Une lame 1 d'une épaisseur de 1153  $\mu\text{m}$  et une lame 2 de 1098  $\mu\text{m}$  sciées sur une scie annulaire Burger et Meyer TS23 (au Département Temps-Fréquence, disque diamant 100  $\mu\text{m}$ , lubrification : eau).
- Une lame 3 d'une épaisseur de 1583  $\mu\text{m}$  et une lame 4 de 1187  $\mu\text{m}$  sciées sur une scie annulaire Burger et Meyer TS23 (à l'entreprise Microcrystal, disque diamant 80  $\mu\text{m}$ , lubrification : eau).

Les différentes lames ont été organisées de la façon suivant : la lame 1 possède une face brute de sciage (face 1) et une autre qui a subi un rodage d'une épaisseur de 50  $\mu\text{m}$  au carbure de silicium avec un grain de diamètre 7  $\mu\text{m}$  (face 2) ; la lame 2 possède une face qui a subi un rodage d'une épaisseur de 100  $\mu\text{m}$  (face 1) et une autre qui a subi un rodage de 200  $\mu\text{m}$  au carbure de silicium avec un grain de diamètre 7  $\mu\text{m}$  (face 2). Pour repérer ces différents cotés, la face 1 de chaque lame comporte un chanfrein.

Ces quatre lames ont été plongées dans une solution de bifluorure d'ammonium (60 g de  $\text{NH}_4\text{F}$ -HF pour 100 ml  $\text{H}_2\text{O}$  à 80°C) et/ou d'acide chlorhydrique (HCl à 37% à 85°C) pendant un temps déterminé pour faire apparaître les zones de cristal amorphe (ou en tout cas celles qui ont une vitesse d'usinage chimique différente du reste du cristal) [26] [27]. Les Tab. 4 et Tab. 5 et les Fig. 12 à Fig. 15 résument les résultats.

**Tab. 4** Résumé des acidages et mesures sur L1 et L2

	L1			L2		
	Epaisseur lame ( $\mu\text{m}$ )	$Ra^*$ face 1 ( $\mu\text{m}$ )	$Ra^*$ face 2 ( $\mu\text{m}$ )	Epaisseur lame ( $\mu\text{m}$ )	$Ra^*$ face 1 ( $\mu\text{m}$ )	$Ra^*$ face 2 ( $\mu\text{m}$ )
Pas d'acidage	1153	0,85	0,45	1098	0,55	0,42
7H de $\text{NH}_4\text{F}$ -HF à 80°C	1118	0,62	0,81	1068	0,41	0,73
8H de $\text{NH}_4\text{F}$ -HF à 80°C	1098	0,29	0,56	1040	0,53	0,43
1H de HCl à 85°C	1032	0,33	0,36	975	0,25	0,29

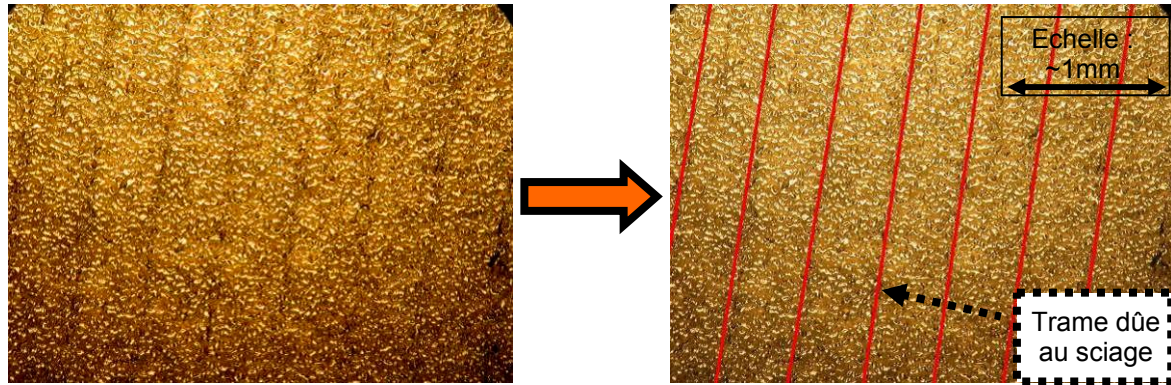
\*( $Ra$  = profondeur moyenne arithmétique de rugosité obtenue par palpéage mécanique sur une ligne).

**Tab. 5** Résumé des acidages et mesures sur L3 et L4

	L3			L4		
	Epaisseur lame ( $\mu\text{m}$ )	$Ra^*$ face 1 ( $\mu\text{m}$ )	$Ra^*$ face 2 ( $\mu\text{m}$ )	Epaisseur lame ( $\mu\text{m}$ )	$Ra^*$ face 1 ( $\mu\text{m}$ )	$Ra^*$ face 2 ( $\mu\text{m}$ )
Pas d'acidage	1583	0,87	0,48	1187	0,57	0,44
1H de HCl à 85°C	1511	1,25	0,27	1115	0,34	0,3

\*( $Ra$  = profondeur moyenne arithmétique de rugosité obtenue par palpéage mécanique sur une ligne).

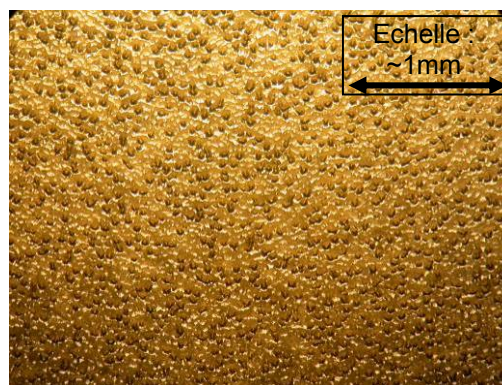




**Fig. 12** Lame 1 face 1, brute de sciage vue au microscope ( $\times 50$ ) après 8 H acidage au bifluorure d'ammonium à  $80^{\circ}\text{C}$ .

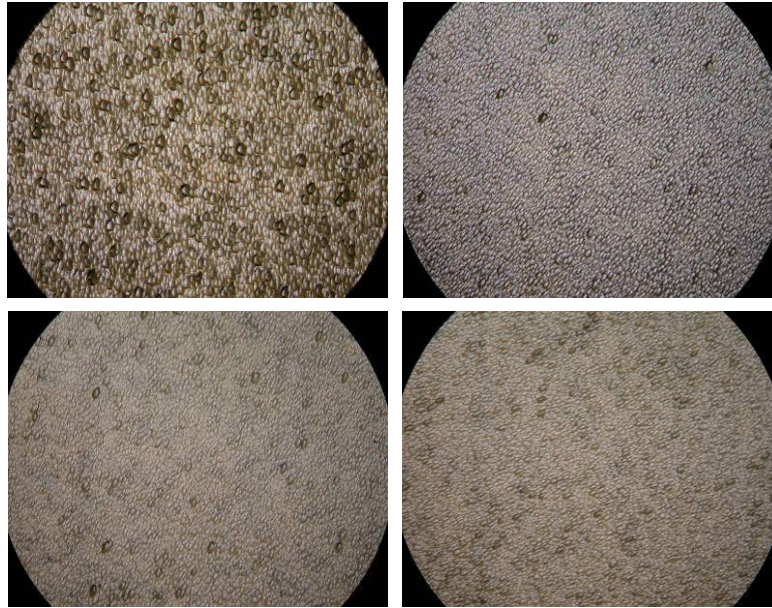


**Fig. 13** Lame 1 face 2, rodage de  $50\text{ }\mu\text{m}$  au carbure de Si  $\varnothing 7\text{ }\mu\text{m}$  vue au microscope ( $\times 50$ ) et lame 2 face 1, rodage de  $100\text{ }\mu\text{m}$  au carbure de Si  $\varnothing 7\text{ }\mu\text{m}$  vue au microscope ( $\times 50$ ) ; après 8 H acidage au bifluorure d'ammonium à  $80^{\circ}\text{C}$ .



**Fig. 14** Photo de la lame 2 face 2, rodage de  $200\text{ }\mu\text{m}$  au carbure de Si  $\varnothing 7\text{ }\mu\text{m}$  vue au microscope ( $\times 50$ ) après 8 H acidage au bifluorure d'ammonium à  $80^{\circ}\text{C}$ .





**Fig. 15** De gauche à droite en haut, brut de sciage (lame 3 face 1), rodé 50  $\mu\text{m}$  au carbure de silicium (lame 3 face 2), en bas rodé 100  $\mu\text{m}$  (lame 4 face 1) et rodé 200  $\mu\text{m}$  (lame 4 face 2) puis attaque à l'acide chlorhydrique 37% une heure à 85°C.

Cette étude ne permet pas vraiment de conclure quant à l'épaisseur de la couche perturbée du cristal pendant les phases de rodage. Elle ne révèle pas de rayures et il est impossible de voir une variation dans le motif d'usinage chimique. Par contre, une trace répétitive laissée par le disque de la scie est clairement visible sur la Fig. 12, ce qui permet d'évaluer la profondeur de cristal détérioré laissé par celle-ci. Cette trace n'est plus visible sur aucune des autres faces : il semble donc qu'un enlèvement de matière par un rodage d'une épaisseur de 50  $\mu\text{m}$  est suffisant pour supprimer les traces dûes au sciage.

La méthode précédente ne donnant pas de résultats, les étapes de rodage et de polissage ont été testées avec différents types d'abrasifs. Pour qualifier l'impact sur le résonateur, deux paramètres ont été utilisés : le coefficient de qualité et l'état de surface en terme de rugosité. Pour l'étape de rodage, nous avons utilisé les types d'abrasifs suivants : le SiC (carbure de silicium), l'oxyde d'aluminium et la poudre de diamant synthétique (DDN). La poudre abrasive est mêlée à de l'eau déionisée pour constituer un mélange liquide qui est utilisé sur un rodoir en laiton. En dessous d'une taille de grains de 5  $\mu\text{m}$ , sur des rodoirs en laiton, les cristaux de LGS et de LGT peuvent présenter un défaut semblable à un écrouissage de la surface. Sur des rodoirs en verre (Fig. 16) le problème semble moins important mais existe tout de même. Ce phénomène intervient de façon aléatoire, il est donc difficile de savoir si le problème provient de l'usinage mécanique ou de défauts internes au cristal. Il semble que ce phénomène soit plus fréquent sur les matériaux de qualité moindre. Pour éviter toute attaque chimique, les nettoyages entre chaque phase d'usinage peuvent se faire avec de l'eau désionisée, de l'acétone et du Decon 90 mélangé à 10 volumes d'eau, produit qui ne modifie pas la structure de la surface et du volume des résonateurs.

L'étape de polissage commence avec les grains de taille inférieure à 5  $\mu\text{m}$  pour éviter les phénomènes d'écrouissage, aucun problème particulier à signaler pour le SiC, l'oxyde d'aluminium et la poudre de diamant DDN. Le polissage est réalisé sur un support laiton recouvert de feutre, sauf pour le diamant où l'outil laiton est recouvert de soie (Fig. 17). Le polissage, entièrement à base de poudre de diamant mêlée à de l'eau, permet d'obtenir de bons résultats pour la fabrication des résonateurs. La rugosité finale obtenue est très satisfaisante :  $Ra \sim 5 \text{ nm}$  avec  $Ra$  moyenne arithmétique de rugosité obtenue par palpéage mécanique sur une ligne.

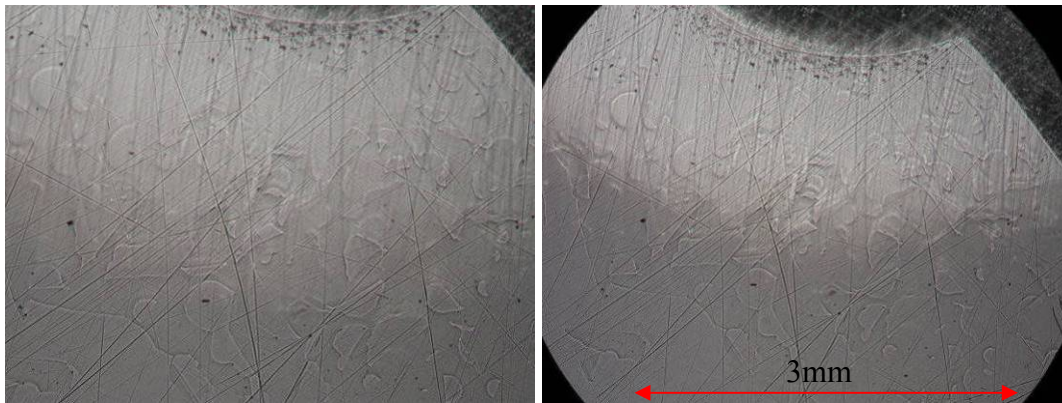


**Fig. 16** Outillage verre basé sur l'utilisation d'une lentille pour le rodage.



**Fig. 17** Outillage laiton pour le rodage (à droite) et recouvert de soie pour le polissage (à gauche).

Malgré les bons résultats de la première méthode d'usinage, les épaisseurs enlevées au cours du polissage ne semblent pas être suffisantes et/ou que l'étape de rodage n'est pas complètement adaptée. Ceci a été découvert après un acidage accidentel de 48 H à température ambiante ( $\sim 25^\circ\text{C}$ ) d'un résonateur LGT (coupe Y, origine Crystal Photonics) dans de l'acide nitrique ( $\text{HNO}_3$ ). Cette opération a fait ressortir de nombreuses rayures (Fig. 18).



**Fig. 18** Résonateur en LGT Crystal Photonics après 48H d'attaque chimique à l'acide nitrique  $\text{HNO}_3$ .

Bien que l'outillage laiton associé à des abrasifs constitués de diamants synthétiques DDN mélangés à de l'eau désionisée semble satisfaisant, il a été choisi d'utiliser comme abrasif pour le rodage du carbure de silicium et de l'oxyde d'aluminium (Aloxite). Pour les tailles de grains supérieures à  $3\ \mu\text{m}$  (rodage) l'outillage laiton ou verre peut être utilisé tel quel, par contre pour les tailles inférieures ou égales à  $3\ \mu\text{m}$  les outils doivent être recouverts d'un tissu de soie ou de feutre (en fonction du type d'abrasif) pour maintenir l'abrasif. Le Tab. 6 résume l'épaisseur minimale à enlever pour différents types d'abrasifs afin d'obtenir une rugosité optimale (au-delà d'une certaine épaisseur enlevée la rugosité ne varie plus).

**Tab. 6** Tableau récapitulatif de l'épaisseur minimale à enlever pour obtenir un  $Ra$  constant.

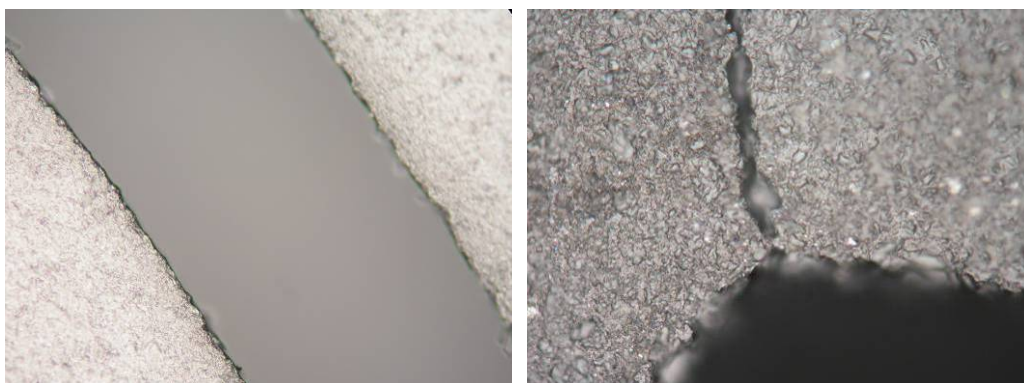
Type d'abrasif	Ø nominal des grains ( $\mu\text{m}$ )	Epaisseur mini enlevée par face ( $\mu\text{m}$ )	Rugosité $Ra^*$ ( $\mu\text{m}$ )	Rugosité $Rt^{**}$ ( $\mu\text{m}$ )
Sciage diamant	100	-	1,2	11
SiC 400	9	200	0,6	5,5
Alox 95	6,5	20	0,45	4,4
Alox 50	4,5	15	0,34	4,3
Diamant DDN	3	8,5	0,005	0,025
Diamant DDN	1	3,5	0,0035	0,017
Diamant DDN	0,5	1,5	0,0015	0,009
Diamant DDN	0,25	1	0,00085	0,006
Diamant DDN	0,125	0,5	0,0007	0,006

\*( $Ra$  = profondeur moyenne arithmétique de rugosité obtenue par palpement mécanique sur une ligne).

\*\*( $Rt$  = écart total. C'est la dénivellation la plus importante entre le plus haut sommet d'un pic et le fond le plus bas d'un creux).

Il faut signaler qu'il est possible d'utiliser l'usinage ultrasonore sur les cristaux de LGS et LGT. Des tests ont été réalisés, il semble qu'un usinage avec un abrasif carbure de bore 600 (grains Ø 13  $\mu\text{m}$ ) donne de bons résultats (Fig. 19). Par contre, il se peut que sur certains résonateurs, le coin de la découpe ultrason soit le départ de fissures causées par des relaxations de contraintes internes.

Normalement, un recuit est nécessaire après toute intervention mécanique (comme pour le quartz). Il sert à relaxer les contraintes internes. Il semblerait que pour le cas des cristaux de la famille de la langasite, il faille atteindre des températures de l'ordre de 1000°C au lieu des 480°C pratiqués au cristal de quartz. Il a été cependant jugé plus prudent de reporter cette opération : le gabarit de recuit à imposer sur ce type de matériau est totalement inconnu à ce jour et nécessite par conséquent un minimum d'investigations. On suppose que seul le comportement du résonateur à moyen et long terme sera affecté par le manque de recuit.



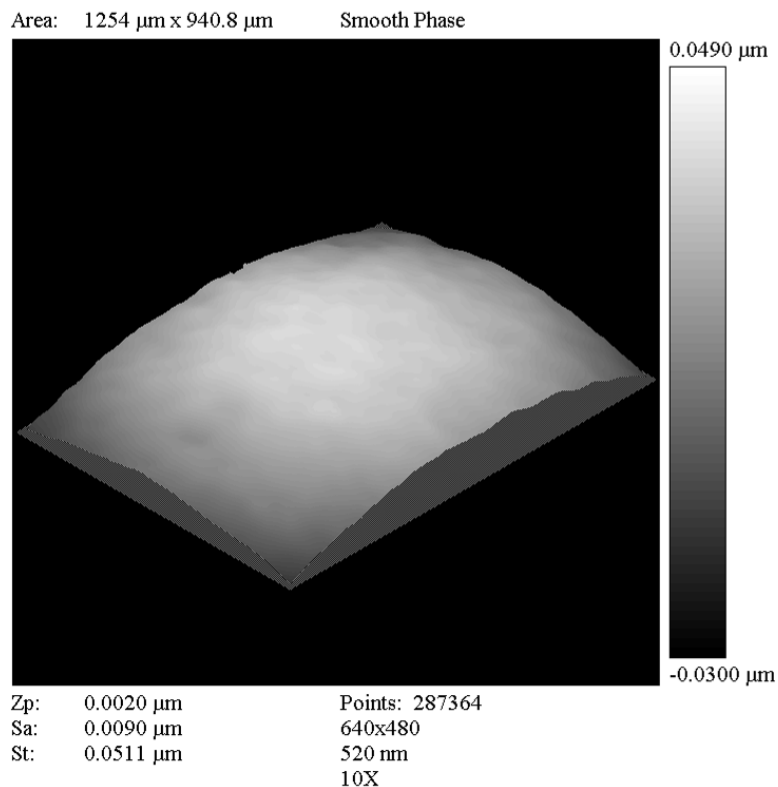
**Fig. 19** A gauche : bord du découpage ultrason sur un résonateur LGT, à droite : fissure de la couronne dans le coin de l'usinage sur un résonateur LGT.

Le procédé de fabrication mécanique finalement retenu est le suivant :

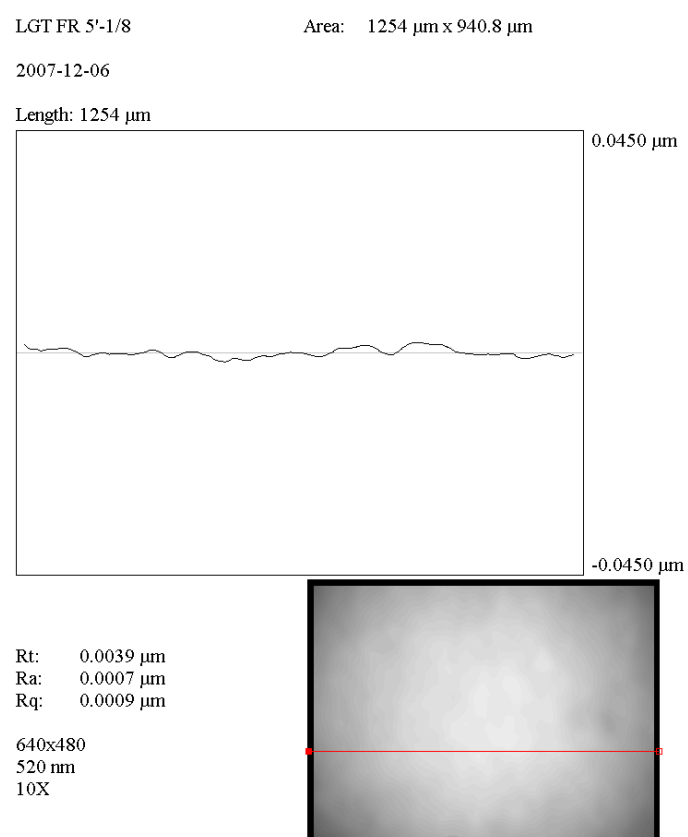
1. Sciage d'un blank rectangulaire de 1,2 mm d'épaisseur sur TS23 Burger et Meyer (disque avec grains diamant Ø 100 µm).
2. Rectification cylindrique avec une meule diamantée.
3. Découpe ultrason de la couronne avec du carbure de bore 600 Ø 13 µm.
4. Rodage plan 220 µm/face sur outil verre avec du carbure de silicium Ø 9 µm.
5. Rodage de 25 µm/face de la partie convexe sur outil laiton et de la partie plane sur outil verre avec grain Aloxite95 (grains Ø 6.5 µm).
6. Biseautage avec grain Aloxite95 sur outil laiton.
7. Rodage plan-convexe 50 µm/face sur outil laiton avec grain Aloxite50 (Ø 4,5 µm).
8. Polissage plan-convexe sur outil laiton avec soie 8,5 µm/face avec grain diamant DDN Ø 3 µm.
9. Polissage plan-convexe sur outil laiton avec soie 3,5 µm/face avec grain diamant DDN Ø 1 µm.
10. Polissage plan-convexe sur outil laiton avec soie 1 µm/face avec grain diamant DDN Ø 1/4 µm.
11. Polissage plan-convexe sur outil laiton avec soie 0,5 µm/face avec grain diamant DDN Ø 1/8 µm.

Le nettoyage entre chaque étape se fait au nettoyeur ultrason avec du Decon 90 mêlé à de l'eau désionisée dans une proportion 1/10 puis le dégraissage final avec un nettoyage ultrason à l'alcool.

Au final, ce procédé donne un état de surface et un coefficient de qualité très satisfaisant en fin de réalisation. Les Fig. 20 et Fig. 21 le prouvent, sur une surface d'environ 1 mm<sup>2</sup> au centre du résonateur le *Sa* (rugosité moyenne sur la surface d'analyse) obtenue est inférieure à 10 nm et sur une ligne le *Ra* (rugosité moyenne sur une ligne) est inférieure à 1 nm. Les mesures ont été réalisées sur un profilomètre optique de marque Atos Micromap Series 570 qui a une résolution sur la hauteur de 0.02 nm et une répétabilité de 0.1 nm.



**Fig. 20** Vue de l'état de surface sur une aire de 1254×940.8 µm de la face plane d'un résonateur.

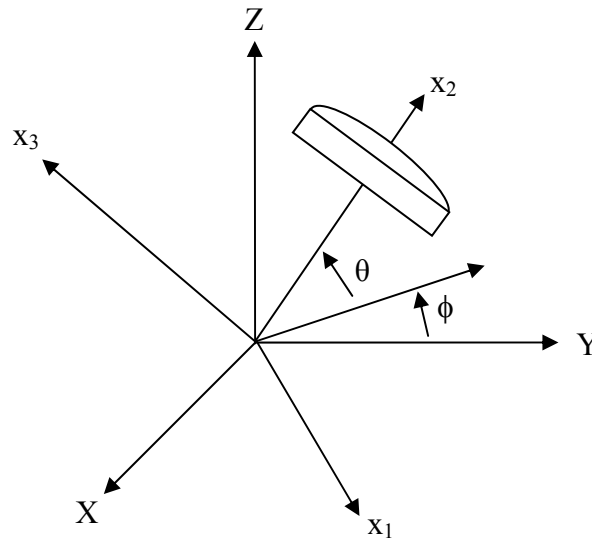


**Fig. 21** Mesure de l'état de surface sur une aire de 1254×940.8  $\mu\text{m}$  de la face plane d'un résonateur suivant une ligne (en rouge).

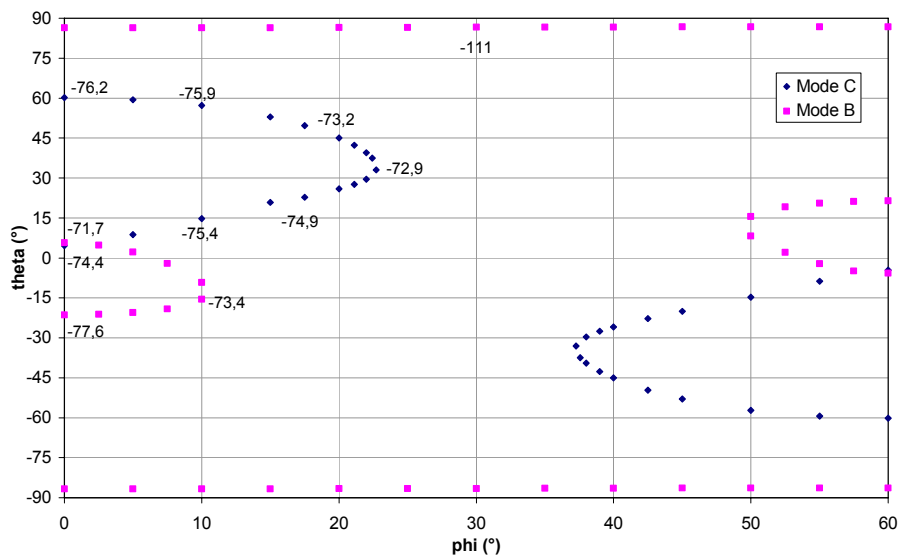
## 2.C) Choix de géométrie pour l'optimisation du résonateur

Plusieurs aspects sont à prendre en compte pour l'optimisation du résonateur. Le premier est la recherche d'une coupe compensée en température présentant des propriétés piézoélectriques adéquates. Ensuite, le confinement de la vibration est obtenu par variation continue de l'épaisseur en donnant à une face une forme convexe caractérisée par son rayon de courbure  $R$ . Enfin, il faut choisir un diamètre d'électrodes permettant d'avoir un couple de valeurs de résistance motionnelle et de capacité parallèle optimisés pour une utilisation en oscillateur. Les premières optimisations ont été réalisées sur des résonateurs en LGS puis ces résultats ont été transposés et réutilisés avec les résonateurs en LGT (matériau désigné pour la fabrication des résonateurs hautes qualités).

La Fig. 22 présente le repère utilisé pour la définition des coupes du cristal. Les résultats des recherches de coupes compensées [28] [29] pour les cristaux de LGS et LGT sont présentés sur les Fig. 23 à Fig. 25.

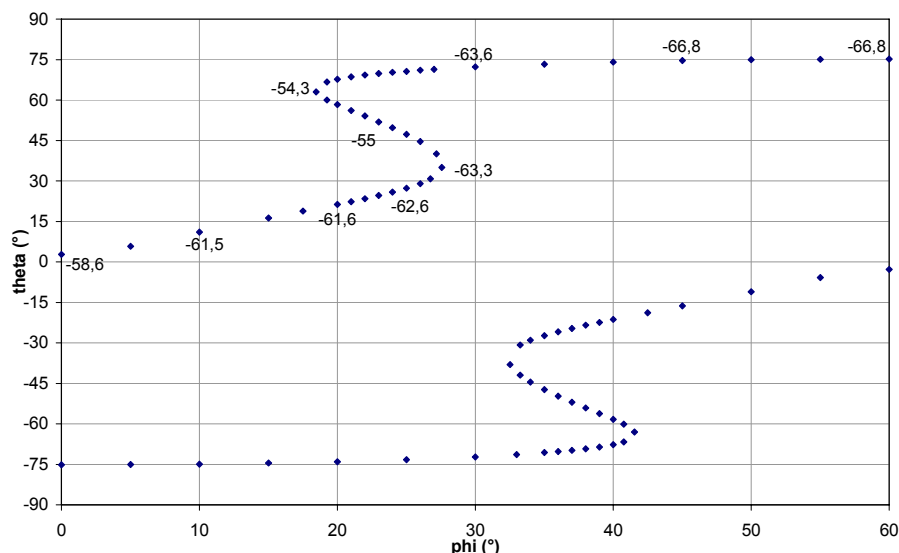


**Fig. 22** Définition des angles de coupes dans le repère cristallographique.

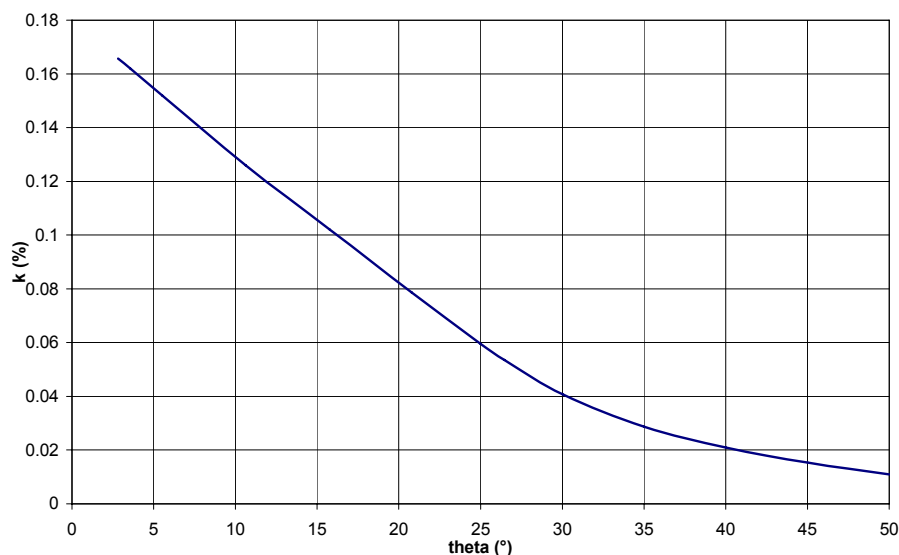


**Fig. 23** Lieu des coupes compensées en température au premier ordre ( $T^{(1)}f = 0$ ) en mode de cisaillement d'épaisseur pour la langatate. Les valeurs de  $T^{(2)}f$  sont inscrites à coté des courbes en  $10^{-9}$ .





**Fig. 24** Lieu des coupes compensées en température au premier ordre ( $T^{(1)}f = 0$ ) en mode de cisaillement d'épaisseur pour la langasite. Les valeurs de  $T^{(2)}f$  sont inscrites à côté des courbes en  $10^{-9}$ .



**Fig. 25** Valeurs du coefficient de couplage piézoélectrique  $k$  en fonction de  $\theta$ , valable pour LGS et LGT.

Pour la LGT, il n'y a pas de coupe privilégiée permettant d'obtenir un coefficient de température du second ordre vraiment plus faible que pour la coupe  $Y$  ( $\phi = 0^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$ ). Pour la LGS, il est possible d'obtenir une diminution du coefficient de température du second ordre avec une coupe  $\phi = 19^\circ$ ,  $\theta = 61^\circ$  par rapport à une coupe  $Y$  ( $\phi = 0^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$ ), mais cette coupe a un mauvais coefficient de couplage piézoélectrique ( $k < 0,011$ ). La coupe  $Y$  ( $\phi = 0^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$ ) est celle qui de ce point de vue est une des meilleures ( $k = 0,174$ ). Avec les valeurs élevées de la capacité diélectrique  $C_0$ , il est exclu de vouloir réaliser des résonateurs conduisant à de bons oscillateurs dans des coupes ayant un faible coefficient de couplage. Il n'est donc pas possible de choisir une coupe avec un faible coefficient de température du second ordre. En faisant varier  $\theta$ , il est possible de faire varier  $T_i$  la température du point d'inversion. Le Tab. 7 répertorie les résultats.

**Tab. 7** Influence de l'angle  $\theta$  sur la température d'inversion.

$\theta$	$T^{(1)}f \text{ en } 10^{-6}$	$T^{(2)}f \text{ en } 10^{-9}$	$T_i \text{ en } ^\circ\text{C}$	$K \text{ (\%)}$
$-5^\circ$	16,47	-74	130	0,164
$-1^\circ$	-	-	80	-
0	5,79	-64	65	0,172
$+2,82^\circ$	-0,014	-58,6	20	0,174
$+5^\circ$	-4,35	-54	-19	0,174

Pour  $\theta = 0$ , le point d'inversion théorique est de  $65^\circ\text{C}$  et le coefficient du second ordre est de  $-64 \cdot 10^{-9}$ , valeurs en accord avec les essais réalisés sur des résonateurs de coupe  $Y+0$ . En simple rotation ( $\theta = 0$ ) il existe une autre coupe (voisine d'une coupe  $Z$ ,  $\theta = -72^\circ$ ) qui est également compensée au premier ordre, mais elle présente un coefficient piézoélectrique faible et une permittivité diélectrique élevée et elle ne convient donc pas pour l'application envisagée.

En partant de la relation de dispersion pour le piégeage de la vibration (pour les notations et les rappels voir le Chapitre I : généralités), H. F. Tiersten a proposé de reconstruire une équation aux dérivées partielles gouvernant le mode de vibration du résonateur valable pour des résonateurs d'orientations quelconques. Les solutions de cette équation sont les modes de vibration du résonateur :

$$u = \sin \frac{n\pi x_2}{2h} e^{-\alpha_n x_1/2} H_m(\sqrt{\alpha_n} x_1) e^{-\beta_n x_1/2} H_p(\sqrt{\beta_n} x_3) \quad (1)$$

$H_m$  et  $H_p$  étant les polynômes d'Hermite, et  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  des constantes liées aux constantes de dispersion et au rayon de courbure  $R$  du résonateur.

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{n^2 \pi^2 \bar{c}}{8Rh_0^3 M_n}}; \quad \beta_n = \sqrt{\frac{n^2 \pi^2 \bar{c}}{8Rh_0^3 P_n}} \quad (2)$$

Les fréquences de résonance sont alors données par :

$$f_{nmp}^2 = f_n^2 \left[ 1 + \frac{1}{n\pi} \sqrt{\frac{2h_0}{R_0}} \left( \sqrt{\frac{M_n}{\bar{c}}} (2m+1) + \sqrt{\frac{P_n}{\bar{c}}} (2p+1) \right) \right] \quad (3)$$

$$f_n^2 = \frac{n^2}{16h_0^2} \frac{\bar{c}}{\rho_0} \left( 1 - 8 \frac{k_\alpha^2}{n^2 \pi^2} \right)$$

L'Eq. (3) représente la fréquence d'une plaque plane infinie,  $n$  désigne le rang de partiel et  $m$  et  $p$  les modes anharmoniques du résonateur. Normalement seul le mode pour lequel  $m = p = 0$  est employé. H. F. Tiersten et D. S. Stevens ont donné une expression analytique permettant de calculer  $M_n$  et  $P_n$  dans le cas de coupes d'orientations quelconques, dites coupes à double rotation, comme les coupes SC et LD. Les expressions complètes de  $M_n$  et  $P_n$  obtenues sont assez complexes et ne sont pas reproduites ici. Elles figurent en particulier dans [30]. Les constantes  $M_n$  et  $P_n$  dépendent du rang de partiel  $n$  du résonateur et de la famille de mode considéré (A, B ou C). Plus les constantes sont petites et plus le piégeage est efficace. Les Tab. 8 et Tab. 9 les résument, le Tab. 10 présente les résultats de l'optimisation théorique [31] [32] [33] [34] [35] [36] [37] [38].



**Tab. 8** Valeurs des constantes pour la coupe Y du cristal de langasite pour le mode C.

Rang de partiel n	$M_n$ (N/m <sup>2</sup> )	$P_n$ (N/m <sup>2</sup> )
1	$140,3 \cdot 10^9$	$49,24 \cdot 10^9$
3	$23 \cdot 10^9$	$48,8 \cdot 10^9$
5	$103,9 \cdot 10^9$	$48,8 \cdot 10^9$

$$C_{66} = 43,16 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 ; \rho = 5743 \text{ kg/m}^3$$

**Tab. 9** Valeurs des constantes pour la coupe Y du cristal de langatate pour le mode C.

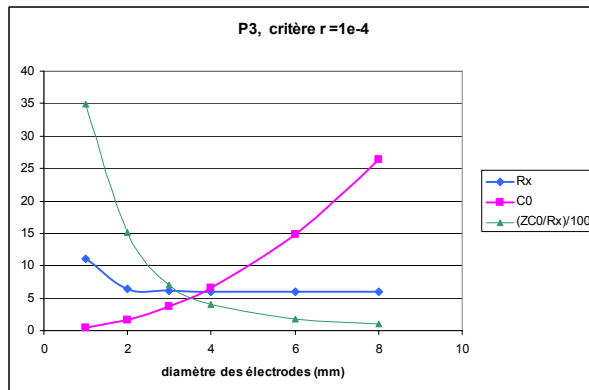
Rang de partiel n	$M_n$ (N/m <sup>2</sup> )	$P_n$ (N/m <sup>2</sup> )
1	$134,78 \cdot 10^9$	$46,7 \cdot 10^9$
3	$22,27 \cdot 10^9$	$47,26 \cdot 10^9$
5	$100,11 \cdot 10^9$	$46,7 \cdot 10^9$

$$C_{66} = 41,6 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 ; \rho = 6126 \text{ kg/m}^3$$

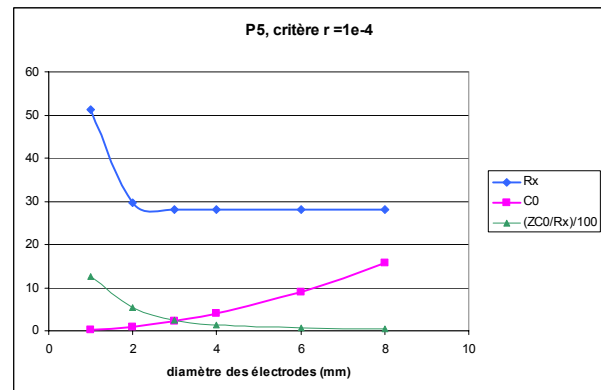
**Tab. 10** Résultats des calculs de rayon de courbure des résonateurs de coupe Y-1 de diamètre 10,4 mm pour le mode C partiel 5 à 10 MHz en utilisant le critère de rapport de vibration de  $10^{-5}$ .

Cristal	Rayon (mm)	Epaisseur (μm)
LGS	300	683,3
LGT	350	649,5

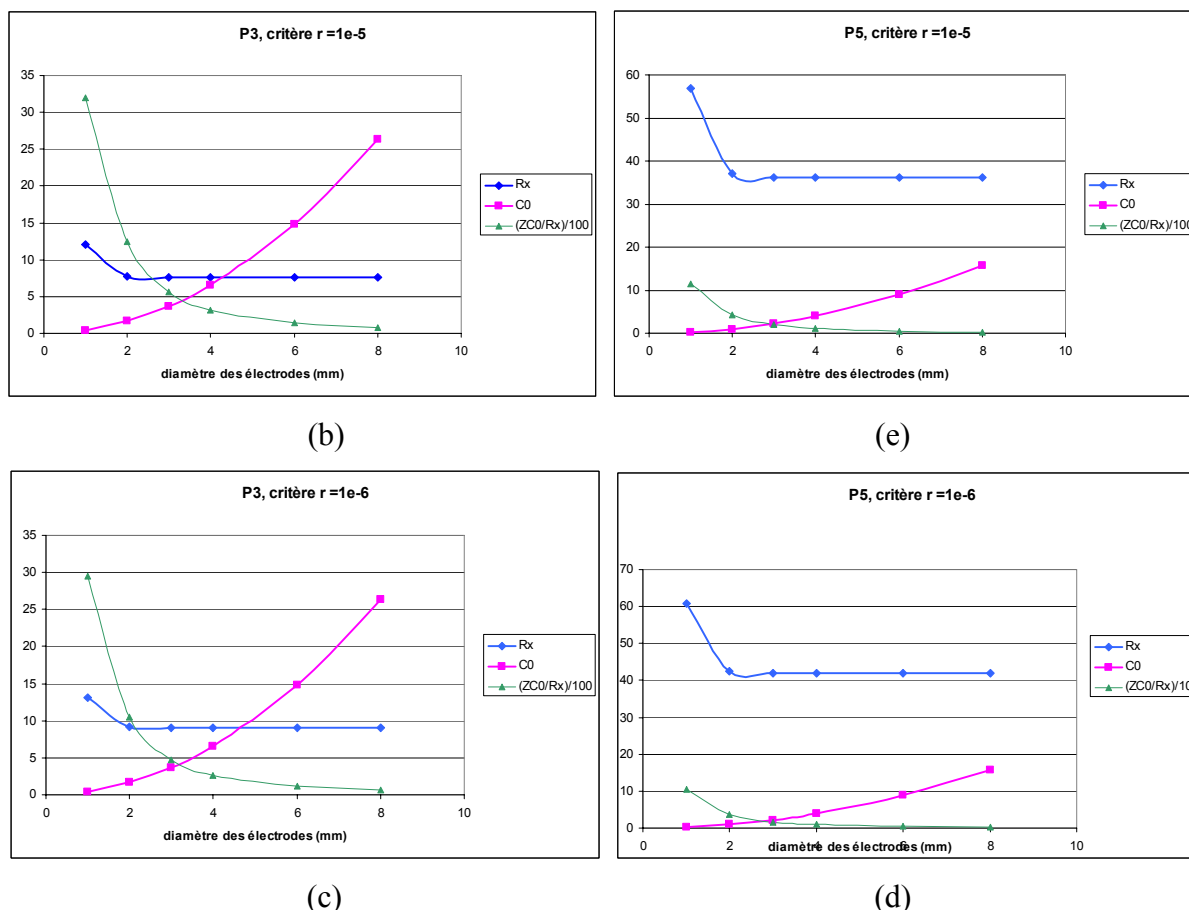
Les paramètres du résonateur langasite partiel 3 ne sont pas très favorables à une intégration efficace en oscillateur. Le partiel 5 est, par contre, plus approprié. Passer au partiel 7 augmenterait les risques d'accrochage sur des modes non-désirés. Une simulation à partir de modèles à électrodes rectangulaires donne les résultats exposés en Fig. 26. Pour un fonctionnement en partiel 5, prendre des électrodes d'un diamètre compris entre 3 et 4 mm semble être un choix judicieux pour diminuer la capacité parallèle au maximum.



(a)



(d)



**Fig. 26** Coupe Y en langasite piégée par le rayon de courbure. Simulation de l'influence de la taille des électrodes sur  $R_x$  (en  $\Omega$ ) et  $C_0$  (en pF), suivant le piégeage défini par le critère du rapport du déplacement mécanique en périphérie d'électrodes et au centre,  $r = u(\varnothing)/u(0)$  ; (a), (b), (c) : pour un partiel 3 ; (d), (e), (f) : pour un partiel 5.

Des essais ont été menés pour optimiser le rayon de courbure en vue d'obtenir le meilleur produit  $Qxf$  pour un rang de partiel choisi (le 5<sup>ème</sup>) ainsi que la résistance motionnelle la plus faible pour ce même partiel. L'application de la théorie du piégeage des résonateurs plan-convexes, qui présente un bon accord avec l'expérience pour les résonateurs à quartz, se heurte, dans le cas des résonateurs en LGS ou LGT, à une différence plus grande entre prédictions et résultats. Ce qui a entraîné la nécessité de faire plus d'essais que prévus.

Le matériau retenu, pour la fabrication de résonateurs à fort  $Q$ , est le cristal de LGT de provenance Crystal Photonics (celui qui a le meilleur facteur de qualité). Sauf indication, le procédé de fabrication des résonateurs, dont les mesures sont présentées ci-dessous est celui présenté précédemment. Nous avons ajusté le partiel 5 aux alentours de 10 MHz.

Deux paramètres de résonateurs ont été optimisés : la résistance motionnelle et le facteur de qualité (Fig. 28 et Fig. 29). Sur le partiel 5, le meilleur facteur de qualité  $Q$  est obtenu avec un rayon de courbure de 115 mm avec des résonateurs sans pont (Tab. 11 et Fig. 27b). Pour ceux avec ponts (dont le diamètre de la partie active est égal à 10.2 millimètres au lieu de 13.2 millimètres dans nos résonateurs standards), l'optimum est obtenu avec un rayon de courbure de 100 mm (Tab. 12 et Fig. 27a). Il faut souligner que pour les résonateurs présentés dans le Tab. 12, l'étape de polissage a été arrêtée à une taille de grains de 1  $\mu\text{m}$  (au lieu de 1/8  $\mu\text{m}$ ). Ce qui explique pourquoi leur facteur de qualité est inférieur à ceux du Tab. 11.

Il est intéressant de noter que les résistances motionnelles très basses des partiels 1, 3 et 5, impliquent une conception spécifique d'oscillateur. Sur les résonateurs dont le rayon de

courbure permet d'avoir le meilleur produit  $Q \times f$ , la résistance motionnelle la plus basse n'est pas obtenue sur le partiel 5 !



Fig. 27 Résonateurs avec découpes de ponts et résonateur sans pont.

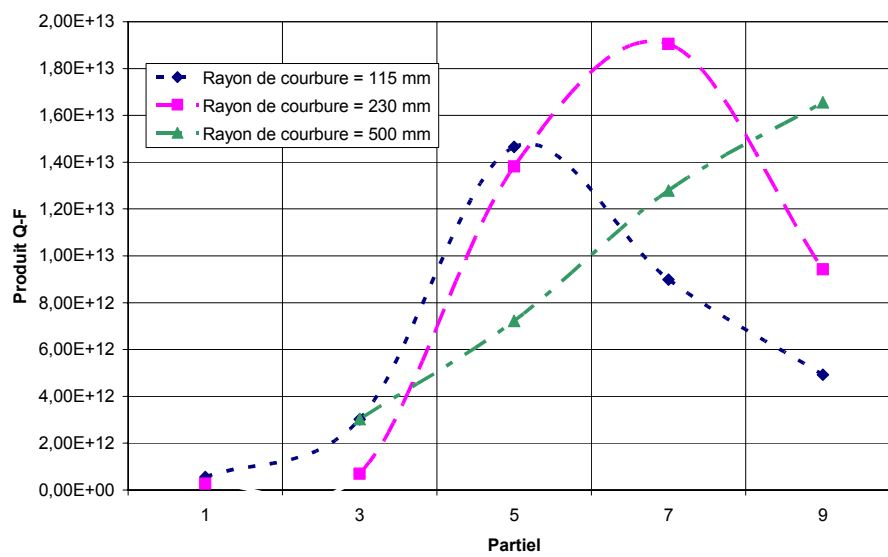


Fig. 28 Produit  $Q \times f$  de résonateurs LGT « standards » de rayons de courbure différents.

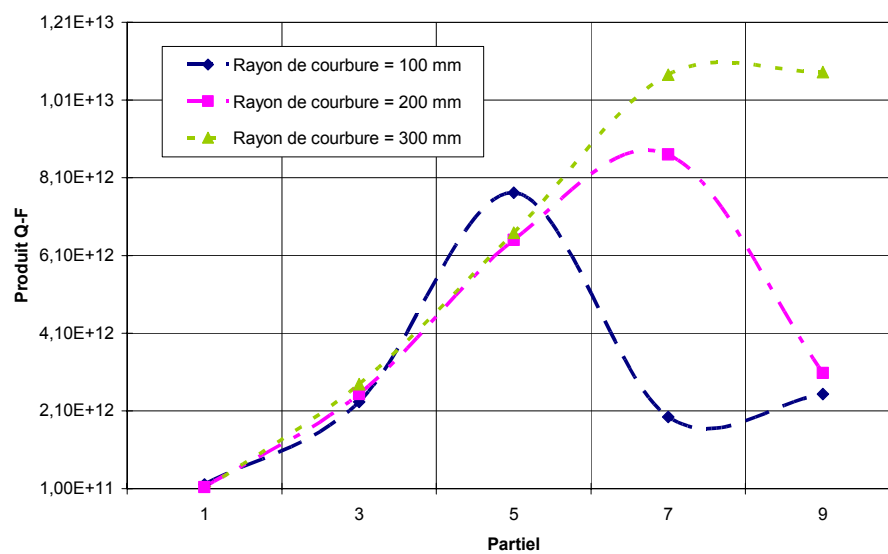


Fig. 29 Produit  $Q \times f$  de résonateurs LGT « type BVA4 », de rayons de courbure différents.

**Tab. 11** Paramètres des résonateurs plan-convexes sans pont.

Rayon de courbure = 115 mm				
Partiel	1	3	5	7
Résistance motionnelle ( $\Omega$ )	1,7	11,7	7,8	34,3
Facteur de qualité ( $10^6$ )	0,25	0,48	1,40	0,61
Fréquence (MHz)	2,1	6,2	10,4	14,5
Rayon de courbure = 230 mm				
Partiel	1	3	5	7
Résistance motionnelle ( $\Omega$ )	2,7	3,7	5,7	10,3
Facteur de qualité ( $10^6$ )	0,13	0,11	1,38	1,36
Fréquence (MHz)	2,0	5,9	9,9	13,9
Rayon de courbure = 500 mm				
Partiel	1	3	5	7
Résistance motionnelle ( $\Omega$ )	-	9,5	12,2	17,4
Facteur de qualité ( $10^6$ )	-	0,52	0,74	0,94
Fréquence (MHz)	-	5,8	9,6	13,5

**Tab. 12** Paramètres des résonateurs plan-convexes avec ponts.

Rayon de courbure = 100 mm					
Partiel	1	3	5	7	9
Résistance motionnelle ( $\Omega$ )	13	14,1	14,7	160	228
Facteur de qualité ( $10^6$ )	0,11	0,42	0,83	0,15	0,15
Fréquence (MHz)	1,8	5,5	9,2	12,8	16,5
Rayon de courbure = 200 mm					
Partiel	1	3	5	7	9
Résistance motionnelle ( $\Omega$ )	417,6	40,8	43,8	69,6	88,6
Facteur de qualité ( $10^6$ )	0,01	0,11	0,21	0,23	0,28
Fréquence (MHz)	1,8	5,5	9,2	12,8	16,5
Rayon de courbure = 300 mm					
Partiel	1	3	5	7	9
Résistance motionnelle ( $\Omega$ )	81,5	8,9	11,9	16,9	32,7
Facteur de qualité ( $10^6$ )	0,04	0,50	0,72	0,83	0,65
Fréquence (MHz)	1,8	5,5	9,2	12,8	16,5

Finalement, c'est le partiel 5 qui est choisi pour fonctionner à 10 MHz. La géométrie retenue pour la réalisation des résonateurs en LGT est un rayon de courbure de 100 mm pour un diamètre de partie active de 10,2 mm avec une topologie de type BVA (découpe de ponts et électrodes non-adhérentes). La taille des électrodes, pour un compromis capacité parallèle-résistance motionnelle acceptable, est de 3,5 mm.

Avec ces valeurs, il est possible d'obtenir des résonateurs présentant un coefficient de qualité supérieur à  $1 \cdot 10^6$  avec une capacité parallèle de l'ordre de 5 pF.

## 2.D) Caractéristiques motionnelles

Dans cette section, nous nous intéressons aux paramètres motionnelles ainsi qu'à la dépendance de la fréquence par rapport à la température [39] [40]. Il est ainsi intéressant de comparer ces valeurs à celles connues pour le résonateur à quartz. Il faut bien se rappeler que les valeurs présentées ci-dessous sont issues de prototypes. Habituellement, pour le quartz, le résonateur est dimensionné de telle façon que le piégeage d'énergie soit optimale sur le partiel souhaité. Il n'existe pas de modes de vibrations autres que le mode C dans les résonateurs LGT (ce sont des coupes simples Y). C'est un avantage par rapport aux résonateurs à quartz, de coupe SC et LD par exemple, qui possèdent un mode A et B. Le point faible de la LGT est que les résistances motionnelles du partiel inférieur (partiel 3) et de celui sélectionné pour le fonctionnement (partiel 5) sont proches, comme le montre le tableau récapitulatif Tab. 13. Donc tout comme pour éliminer le démarrage indésirable du quartz coupe SC sur son mode B, il faut un filtre de sélection pour la LGT, pour s'assurer que l'on démarre sur le bon partiel.

**Tab. 13** Tableau comparatif quartz/LGT avec un rayon de courbure de 230 mm.

	Cristal de quartz coupe SC				Cristal de LGT coupe Y		
Partiel	1	3 (10 MHz)	Mode B P3	5	1	3	5 (10 MHz)
$R_x (\Omega)$	476	92	60	368	52	13	11
$C_0$ (pF)	3				10		
$f$ (MHz)	3,3	10	10,9	16,6	2	6	10
$Q (10^6)$	0,1	1,3	1,45	0,5	0,02	0,6	1,4

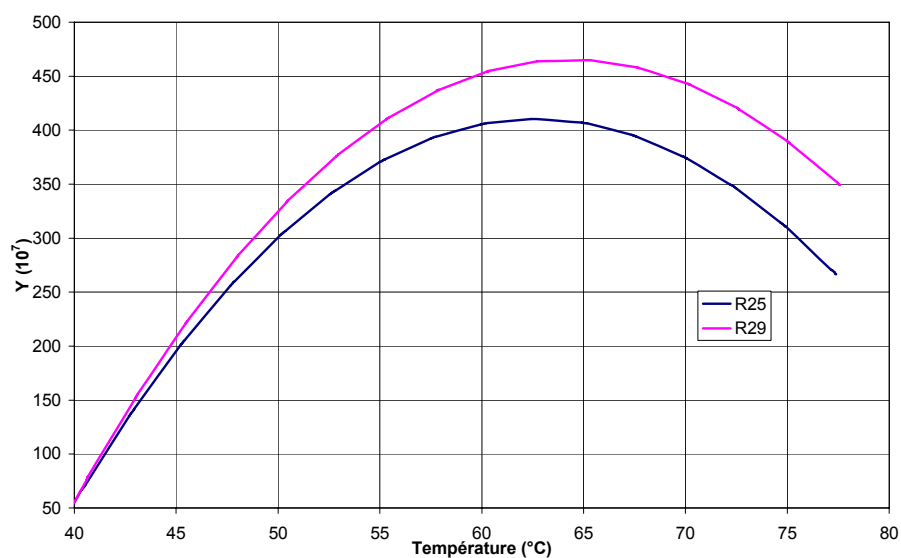
Il apparaît nettement sur certains résonateurs une évolution importante du coefficient de qualité et de la résistance motionnelle en fonction de la température. Les inductances et capacités motionnelles ne semblent pas affectées par les changements de température. Les tableaux suivants (Tab. 14 et Tab. 15) résument les différences entre températures du point d'inversion et ambiante pour les premiers résonateurs prototypes.

**Tab. 14** Tableau des paramètres pour un résonateur LGT avec un rayon de courbure équivalent de 115 mm.

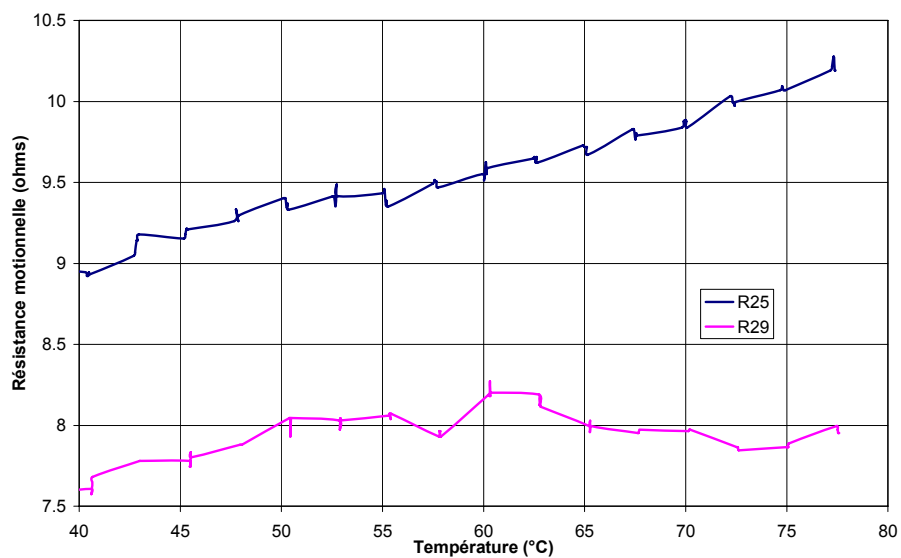
R25 - biconvexe 230 mm – électrodes adhérentes Ø 7 mm – coupe Y								
Partiel	P1		P3		P5		P7	
Temp.	25°C	62,6°C	25°C	62,6°C	25°C	62,6°C	25°C	62,6°C
$R_x (\Omega)$	1,7	2,7	11,7	11,7	7,8	8,7	34,3	17,3
$L_x$ (mH)	33,28	32,51	144,46	145,75	167,88	173,1	231,59	223,56
$C_x$ (fF)	170,6	174,57	4,5	4,46	1,39	1,35	0,52	0,53
$C_0$ (pF)	20							
$f$ (Hz)	2112268	2112575	6243375	6244118	10408434	10409785	14557873	14559362
$Q$	259814	159825	484351	488735	1407568	1301365	617594	1182143

**Tab. 15** Tableau des paramètres pour un résonateur LGT avec un rayon de courbure de 230 mm.

R29 - plan convexe 230 mm - électrodes adhérentes Ø 7 mm – coupe Y								
Partiel	P1		P3		P5		P7	
Temp.	25°C	64,3°C	25°C	64,3°C	25°C	64,3°C	25°C	64,3°C
$R_x (\Omega)$	2,7	3,3	3,7	4	5,75	6,28	10,33	11,71
$L_x$ (mH)	29,09	28,93	11,39	11,99	126,46	126,72	160,02	165,09
$C_x$ (fF)	214,55	215,72	6,32	6,29	2	1,99	0,81	0,78
$C_0$ (pF)	20							
f (Hz)	2014243	2014533	5996194	5996963	9999494	10000848	13989778	13991489
Q	136355	110965	115978	112945	1381793	1267950	1361647	1239389



**Fig. 30** Courbe fréquence-température pour les résonateur R25 et R29.



**Fig. 31** Courbe résistance motiionnelle-température pour les résonateurs R25 et R29.

Ces premiers prototypes ont été suivis de réalisations de petites séries de résonateurs en accord avec le design géométrique décidé en 2.C), à savoir un rayon de courbure de 100 mm, une coupe Y-1° et un montage en BVA avec des électrodes de 3,5 mm. Sur ces résonateurs, la résistance motionnelle du partiel 7 présente de fortes variations avec la température. De plus la valeur associée à ce partiel 7 ne semble pas rentrer dans l'ordre de grandeur des autres partiels.

**Tab. 16** Tableaux des paramètres pour une série de résonateurs LGT avec un rayon de courbure de 100 mm en montage BVA.

LGT1 série B, réf. A1-107 - plan convexe 100 mm - BVA électrodes Ø 3,5 mm - coupe Y-1°						
Partiel	P5		P3		P7	
Temp.	82,8°C	25°C	82,8°C	25°C	82,8°C	25°C
$R_x$ ( $\Omega$ )	22,69	21,02	57,29	55,02	64,29	373,8
$L_x$ (mH)	444,01	418,87	340,9	334,2	555,19	641,12
$C_x$ (fF)	0,57	0,605	2,06	2,1	0,233	0,202
$C_0$ (pF)	10					
f (Hz)	9999972	9997349	6002997	6001493	13983383	13980589
Q	1228900	1251097	224324	228931	758351	150586

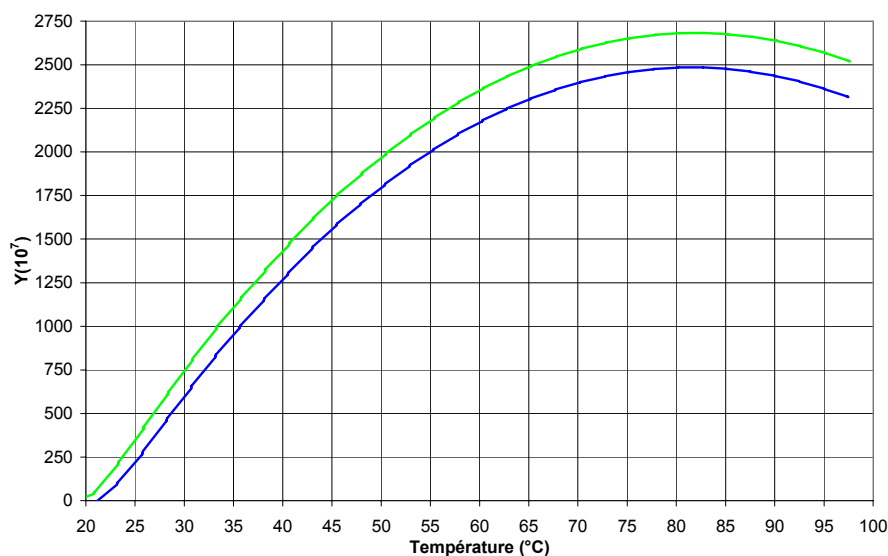
LGT2 série B, réf. A1-108 - plan convexe 100 mm - BVA électrodes Ø 3,5 mm - coupe Y-1°						
Partiel	P5		P3		P7	
Temp.	84,6°C	25°C	84,6°C	25°C	84,6°C	25°C
$R_x$ ( $\Omega$ )	26,45	19,16	36,7	23,49	124	86,72
$L_x$ (mH)	469	454	361	361,83	602	582,18
$C_x$ (fF)	0,539	0,557	1,943	1,94	0,215	0,222
$C_0$ (pF)	10					
f (Hz)	9999944	9997364	6003027	6001542	13983275	13980260
Q	1113536	1487666	370827	580556	426328	589404

LGT3 série B, réf. A1-103 - plan convexe 100 mm - BVA électrodes Ø 3,5 mm - coupe Y-1°						
Partiel	P5		P3		P7	
Temp.	79,7°C	25°C	79,7°C	25°C	79,7°C	25°C
$R_x$ ( $\Omega$ )	22,78	14,1	18,06	14,01	54,32	317,2
$L_x$ (mH)	492	392,06	397	396,9	638	1149
$C_x$ (fF)	0,513	0,646	1,769	1,77	0,202	0,112
$C_0$ (pF)	9					
f (Hz)	10000178	9998253	6002891	6001568	13983906	13980937
Q	1356372	1745891	828691	1067744	1031452	318041

LGT5 série B, réf. A1-106 - plan convexe 100 mm - BVA électrodes Ø 3,5 mm - coupe Y-1°						
Partiel	P5		P3		P7	
Temp.	84,6°C	25°C	84,6°C	25°C	84,6°C	25°C
$R_x$ ( $\Omega$ )	36,36	21,13	21,99	25,37	122	155,85
$L_x$ (mH)	469	477,09	359	361,4	730	617,57
$C_x$ (fF)	0,539	0,531	1,957	1,94	0,177	0,209
$C_0$ (pF)	9					
f (Hz)	9999942	9997392	6002953	6001502	13983451	13980379
Q	810039	1417579	615451	536892	525457	347903

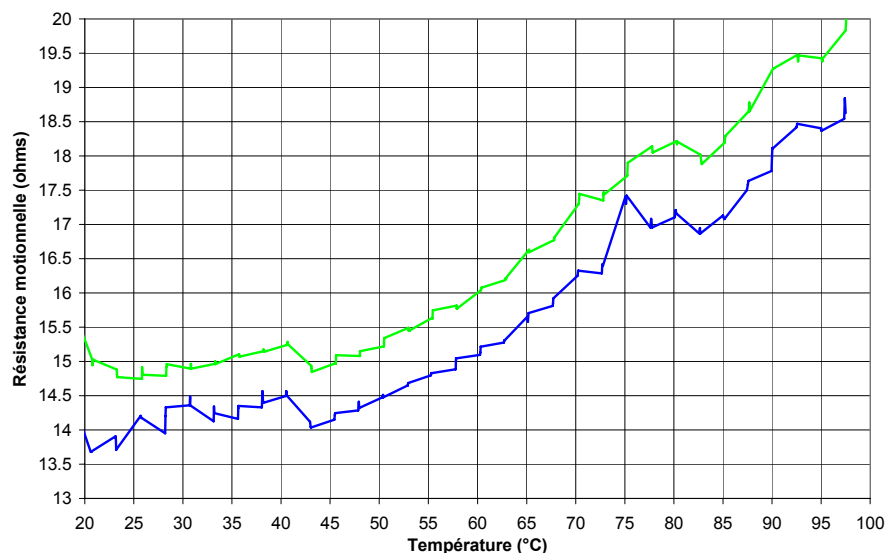
Une variation plus importante de la résistance motionnelle est remarquée sur le partiel choisi par rapport aux premiers résonateurs prototypes. Ce phénomène peut être lié à un chevauchement de résonances harmoniques et anharmoniques, mais il peut aussi venir du matériau lui-même. En effet, pour le cas du cristal de quartz, un traitement (sweeping) de celui-ci est réalisé, pour réduire les effets de la température sur le matériau.

La Fig. 32 est la courbe fréquence température de deux de ces résonateurs. La forme de celle-ci est parabolique. La variation de fréquence relative  $y$  utilisée ici vaut  $10^7 \times [F(25^\circ\text{C}) - F(T)] / F(25^\circ\text{C})$ . La Fig. 33 montre la variation de résistance motionnelle en fonction de la température.



**Fig. 32** Courbe fréquence-température pour deux résonateurs issus de la série ci-dessus.





**Fig. 33** Courbe résistance motionnelle-température pour deux résonateurs issus de la série ci-dessus.

Le Tab. 17 résume les différences de fréquence entre la température ambiante ( $\sim 25^{\circ}\text{C}$ ) et le point d'inversion.

Une mesure de défaut d'isochronisme sur des résonateurs de type BVA nous donne une valeur de  $\Delta f/f = -4 \cdot 10^{-10} \mu\text{W}^{-1}$  (pour comparaison, un résonateur quartz de coupe SC avec un rayon de courbure de 230 mm donne  $1,2 \cdot 10^{-9} \mu\text{W}^{-1}$ ). La langatate serait potentiellement 2 à 3 fois moins sensible au défaut d'isochronisme que le quartz [41].

**Tab. 17** Résumé des différences de fréquence entre température ambiante et température du point d'inversion.

	Partiel 5	
	T inversion (°C)	Différence de fréquence
R25	62,6	1351 Hz
R29	64,3	1354 Hz
A1-107	82,8	2623 Hz
A1-108	84,6	2580 Hz
A1-103	79,7	1925 Hz
A1-106	84,6	2550 Hz

### 3) Oscillateurs à résonateurs LGT

#### 3.A) Topologie retenue

Les résonateurs LGT (coupe Y, partiel 5) se distinguent électriquement des traditionnels résonateurs à quartz de coupe SC (10 MHz, partiel 3) par leurs faibles résistances motionnelles. Les essais de deux ou trois configurations ont montré que la boucle simple ne suffit pas à permettre le démarrage à 10 MHz (c'est-à-dire sur le partiel 5) : l'oscillateur démarre toujours sur l'un des partiels inférieurs. Rappelons que, comme pour une coupe SC à quartz, où le démarrage sur le mode B doit être rendu impossible, il est ici aussi nécessaire de sélectionner le partiel 5 visé. Ceci afin d'éviter que l'oscillateur n'accroche sur le partiel 1 ou le partiel 3 qui présentent des résistances motionnelles faibles. Le premier oscillateur test qui a été suggéré par cette faible résistance motionnelle, a été réalisé avec la boucle oscillatrice décrite en Fig. 34 [42] [43]. Elle a l'avantage de pouvoir contrôler de façon assez efficace la charge vue par le résonateur. Elle a par contre le désavantage de faire intervenir un nombre important d'éléments et donc éventuellement de détériorer le plancher de bruit.

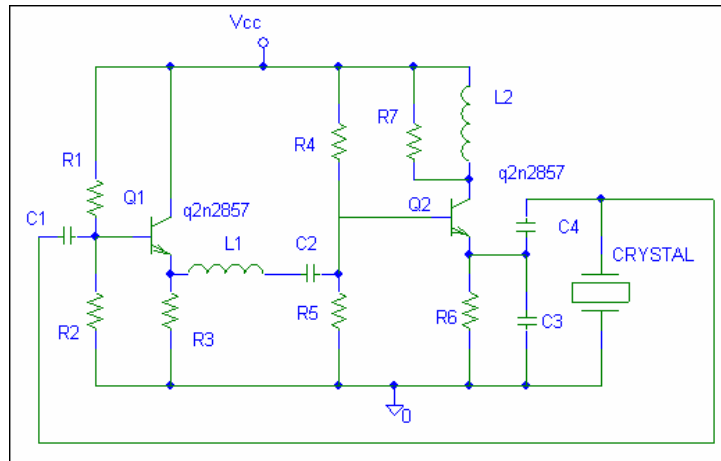
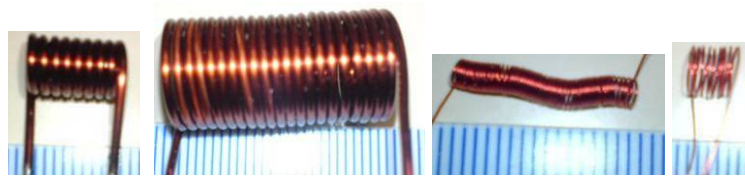


Fig. 34 Le premier montage implanté pour le test du résonateur R36.

Pour réduire le nombre de composants de l'oscillateur, une petite étude sur un élément influant a été réalisée : l'inductance du circuit sélectif. Son impédance intervient directement sur le coefficient de qualité en charge de l'oscillateur. Les effets de cette inductance qui sont négligeables dans le cas du résonateur à quartz, dont la résistance motionnelle est de l'ordre de 100  $\Omega$ , ne le sont pas forcément pour le résonateur à LGT, qui a une résistance motionnelle de 8 à 20  $\Omega$ . Pour s'assurer que cette impédance est négligeable devant celle du résonateur, différentes inductances ont été caractérisées. Certaines sont constituées d'un noyau ferrite et d'autres d'un à air. Les photos des inductances ainsi que leurs tailles sont présentées en Fig. 36. Le modèle utilisé pour la simulation est une résistance  $r$  en série avec une inductance parfaite  $l$ . Les paramètres  $l$  et  $r$  sont calculés à partir de mesures de valeurs absolues de l'impédance ( $|Z_L|$ ) et du déphasage  $\theta$  aux bornes, à la fréquence considérée. Les mesures sont effectuées à l'aide d'un analyseur de réseaux équipé d'un kit de mesure d'impédance.

L'impédance de l'inductance réelle s'exprime sous la forme :

$$Z_L = r + j\omega l = |Z_L| \cos(\theta) + j|Z_L| \sin(\theta) \text{ donc } r = |Z_L| \cos(\theta) \text{ et } l = \frac{|Z_L|}{\omega} \sin(\theta)$$



**Fig. 35** Inductance à air de gauche à droite L1 à L4 (graduation en millimètres).



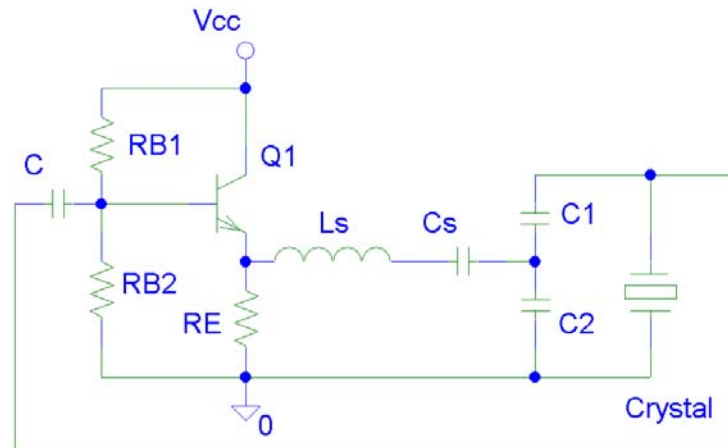
**Fig. 36** Inductance à noyau ferrite de gauche à droite L5 à L10 (graduation en millimètres).

Le Tab. 18 résume les mesures de ces inductances de différentes natures. Il est impératif que la résistance série  $r$  soit la plus petite possible par rapport à la résistance motionnelle du résonateur ( $\sim 10$  à  $20$  ohms).  $r$  intervient dans la charge vue par le résonateur et peut donc introduire une diminution du coefficient de qualité en charge. L'inductance retenue dans la description des oscillateurs qui suivent est L10.

**Tab. 18** Les paramètres des inductances L1 à L10 mesurés à 10 MHz.

Inductance	$ Z_L $ ( $\Omega$ )	$\theta$ ( $^\circ$ )	$r$ ( $\Omega$ )	$l$ $10^{-6}$ Henry	$\varnothing$ fil (mm)	$\varnothing$ noyau (mm)	Nombre de spires
L1	9	89,5	0,078	0,14	1	3,5	9
L2	114,9	89,7	0,6	1,83	1	9,8	22
L3	53,3	88,7	1,2	0,84	0,1	1,2	55
L4	15,6	89,1	0,24	0,25	0,1	3,5	9
L5	2200	88,4	61,4	35,10	0,1	2	50
L6	470,6	86,7	27	7,47	0,5	2	10
L7	440,4	87,2	21,5	7	0,6	4,5	22
L8	69,3	88,8	1,45	1,1	1,2	6	8
L9	98,7	88,7	2,24	1,57	0,8	4	11
L10	639,4	89,5	5,73	10,17	$> 0,1$	1	Non mesuré

Il est tout à fait possible de trouver une inductance possédant une résistance (à 10 MHz) négligeable devant celle du résonateur LGT. Donc, pour une utilisation optimale des résonateurs à cristal de langatate, la topologie retenue est le classique oscillateur de type Colpitts Fig. 37 (topologie dont l'électronique génère le moins de bruit de phase [44] [45]) avec son impédance de charge adaptée au résonateur LGT [46].



**Fig. 37** Schéma de la boucle oscillatrice retenue pour l'utilisation des résonateurs LGT.

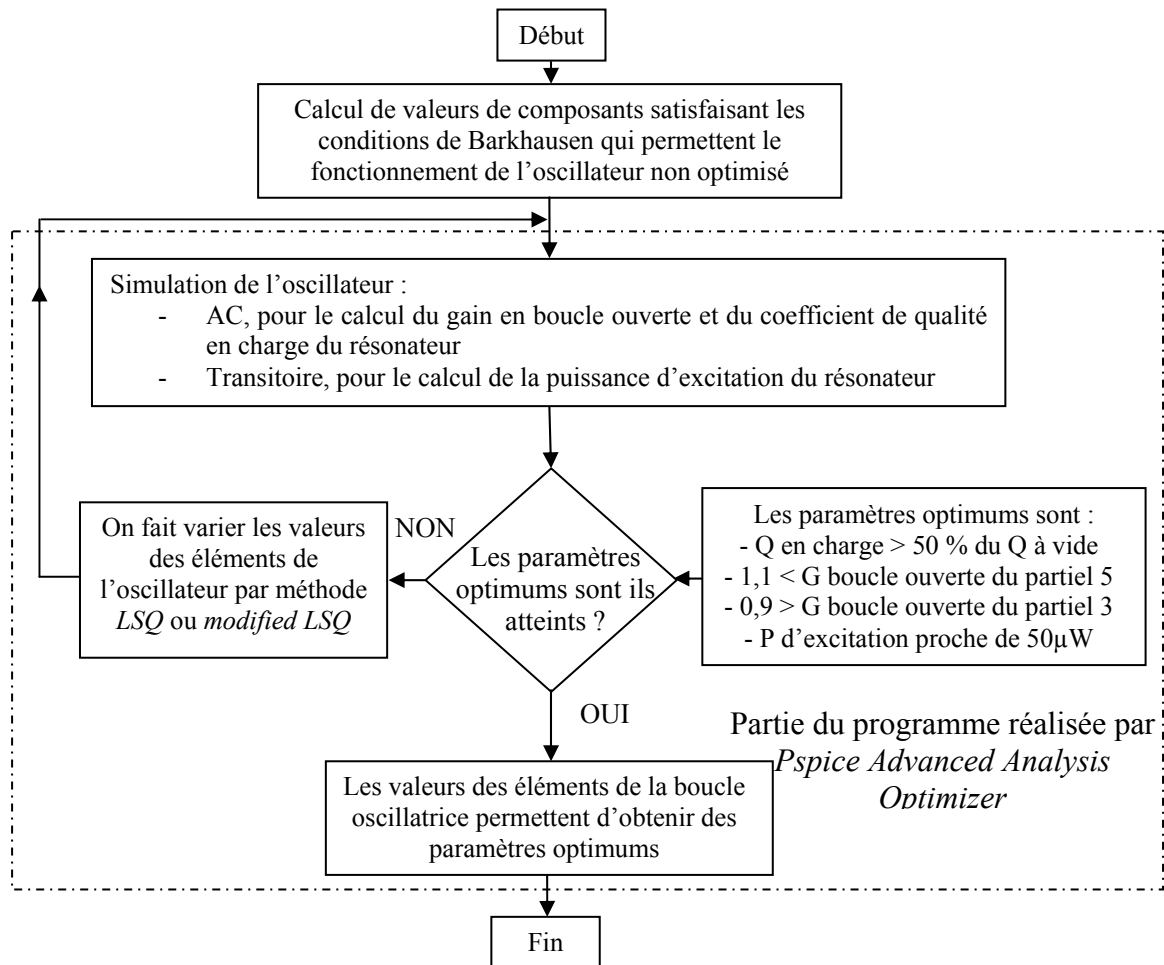
Une méthode d'optimisation originale a été développée tout spécialement pour cet oscillateur. Les éléments du filtre de sélection  $L_s$  et  $C_s$  sont fixés par le calcul et ajustés au moment de la mise au point. Le condensateur de liaison  $C$  vaut 10 nF. Les valeurs des autres éléments de la boucle oscillatrice ont été optimisées suivant une procédure qui utilise le logiciel *Pspice Advanced Analysis Optimizer*, dont le fonctionnement général est résumé ci-dessous :

- *Optimizer* dans le module *Pspice Advanced Analysis* propose un moteur d'optimisation de circuits électroniques. Il autorise un nombre illimité de paramètres et de spécifications, les spécifications sont issues des mesures sur les résultats de simulation, et peuvent être importées de *Pspice*. Les paramètres sont sélectionnés dans une liste dans *Optimizer*, qui propose quatre moteurs de recherche pour optimiser le projet :

- *LSQ* : utilise les moindres carrés.
- *Modified LSQ* : les objectifs et les contraintes «pilotes» l'optimisation.
- *Random* : des valeurs aléatoires sont appliquées aux paramètres.
- *Discrete* : les valeurs sont issues de tables (par exemple résistance à 5%).

A chaque étape, un graphique d'erreur affiche la contribution des spécifications à l'erreur globale, suivant son coefficient (poids) et son écart par rapport à l'objectif. En tout point de la courbe, le curseur donne les valeurs correspondantes des paramètres et du résultat de simulation. L'optimisation peut être relancée à partir de n'importe quel point atteint précédemment.

Le déroulement des opérations d'optimisations se fait dans l'ordre décrit par l'organigramme de la Fig. 38. L'étape permettant de calculer les conditions de Barkhausen pour un fonctionnement de l'oscillateur non-optimisé est décrite dans le Chapitre I - Généralités.



**Fig. 38** Organigramme décrivant le fonctionnement de l'optimisation des valeurs des éléments de la boucle oscillatrice en fonction des paramètres espérés.

Le schéma présenté en page 94 (Fig. 41) est celui qui permet l'optimisation des valeurs d'éléments de l'oscillateur en fonction de paramètres cibles :

- $Q$  en charge > 60 % du  $Q$  à vide (en pratique cette valeur ne peut rarement dépasser 80% à cause des limites du transistor de la boucle oscillatrice).
- gain en boucle ouverte > 1,2 pour le partiel 5.
- gain en boucle ouverte < 0,9 pour le partiel 3.
- une valeur de puissance d'excitation du résonateur aux alentours de  $50\mu W$ .

Les 3 premiers points sont traités par la partie du schéma en boucle ouverte répétée 2 fois afin de charger correctement la boucle oscillatrice. Cette partie est associée à deux simulations fréquentielles (*AC Sweep/Noise*) : la première autour de 10 MHz (partiel 5) pour la mesure des points 1 et 2 et la deuxième autour de 6 MHz (partiel 3) pour la mesure du point 3. Il est donc impératif de modéliser les différents partiels du résonateur (ici les partiels 1, 3 et 5). Pour l'optimisation seul le partiel 3 est pris en compte, car vu les paramètres motionnels du résonateur, s'il ne démarre pas sur son partiel 3 il ne démarrera pas sur son partiel 1...

Les résultats de simulation de la Fig. 41 sont en Fig. 39 et en Fig. 40. Le gain en boucle ouverte peut être calculé à partir de la Fig. 40 au second passage par zéro de la phase ; le premier zéro de phase étant induit par la capacité de la branche série du résonateur. Le facteur de qualité en charge ( $Q_L$ ) est calculé à partir du résultat Fig. 39. A la fréquence d'oscillation  $f_0$  (second zéro de phase), la dérivée de la phase est directement reliée à  $Q_L$  par l'Eq. (4).

$$\left. \frac{d\varphi}{df} \right|_{f_{osc}} = 2 \frac{Q_L}{f_{osc}} rd.Hz^{-1} = 2 \frac{Q_L}{f_{osc}} \cdot \frac{180}{\pi} \text{deg}.Hz^{-1} \quad (4)$$

La simulation temporelle (*Time domain /Transient*) en boucle fermée (partie inférieure du schéma de la Fig. 41) permet d'évaluer la puissance d'excitation du résonateur (point 4) au bout d'un temps de 1 ms (temps suffisant pour une telle prédiction). Seul le partiel 5 est simulé. De plus, pour rendre cette simulation possible, le  $Q$  du résonateur est réduit à 1000 (uniquement pour la simulation temporelle et décrit dans *Parameters* comme  $Qt$ ) en gardant une résistance motionnelle inchangée.

La sortie de la boucle oscillatrice se fait sur le collecteur du transistor, une capacité de 220 pF en série avec une résistance de 5 kΩ modélisent l'entrée de l'étage suivant (adaptateur d'impédance et amplificateur cascode). Les résistances de 1 GΩ sont présentes pour le fonctionnement de la simulation, elles n'ont aucune utilité pratique. Les descriptions du résonateur et des valeurs d'éléments à optimiser sont décrites en paramètres globaux (*Parameters*). L'optimisation par simulation dure approximativement 36 heures, sachant que ce temps est dû essentiellement aux simulations en boucle fermée (c'est le point faible de cette méthode). La Fig. 42 montre une capture d'écran qui expose l'évolution en temps réel des paramètres et des valeurs d'éléments du circuit.

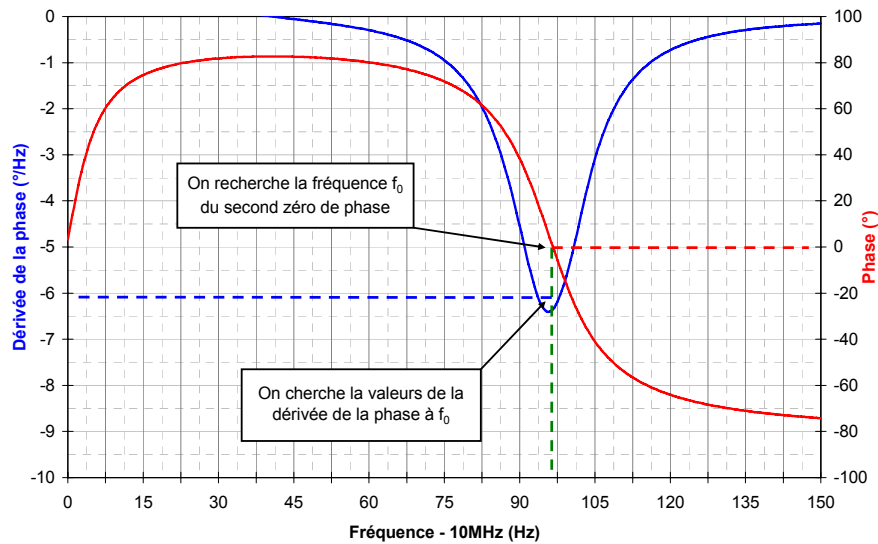


Fig. 39 Résultat de simulation pour la recherche de la dérivée de la phase au deuxième zéro de phase.

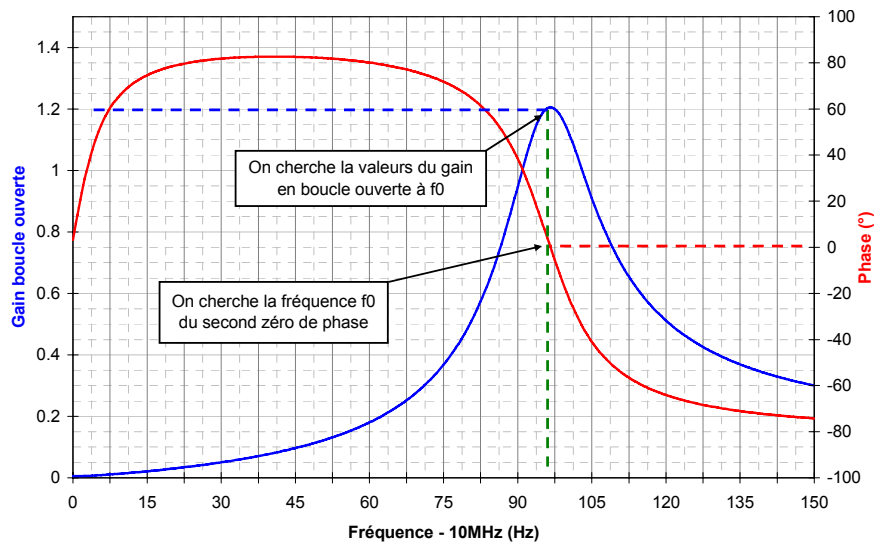
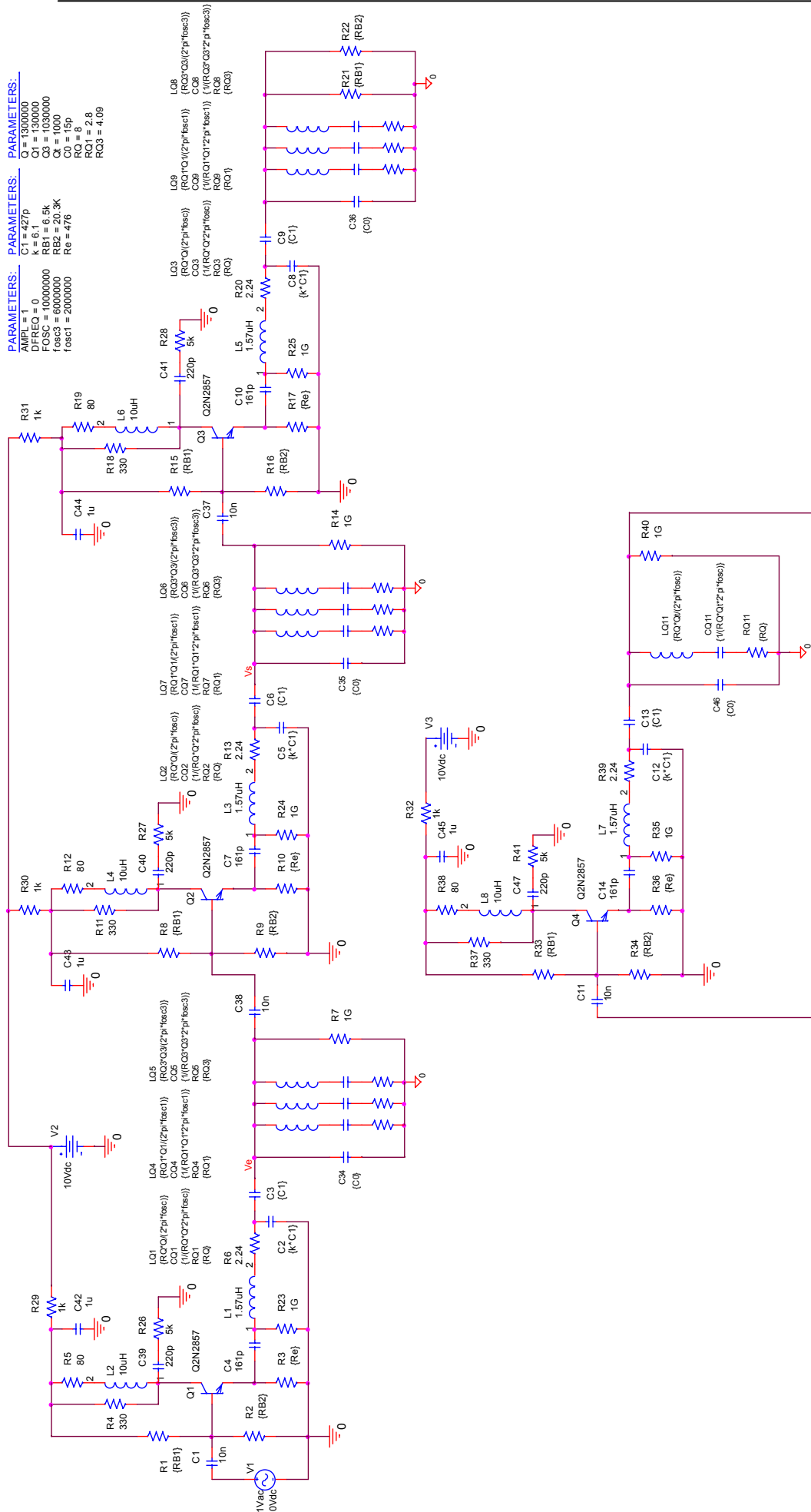


Fig. 40 Résultat de simulation pour la recherche du gain en boucle ouverte au deuxième zéro de phase.



**Fig. 41** Schéma complet pour l'optimisation de la boucle oscillatrice en puissance en boucle ouverte (partie du haut) et en boucle fermée (partie du bas).

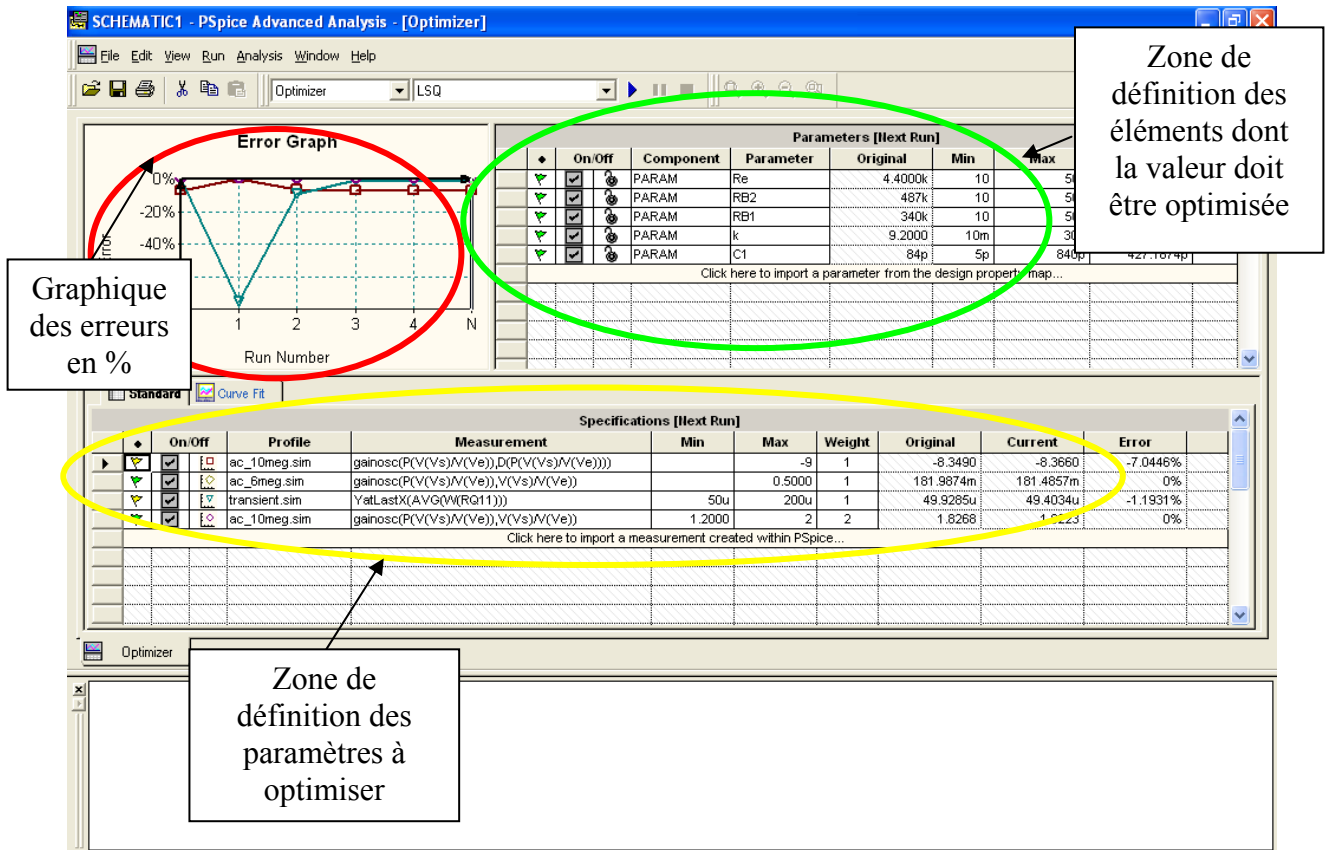
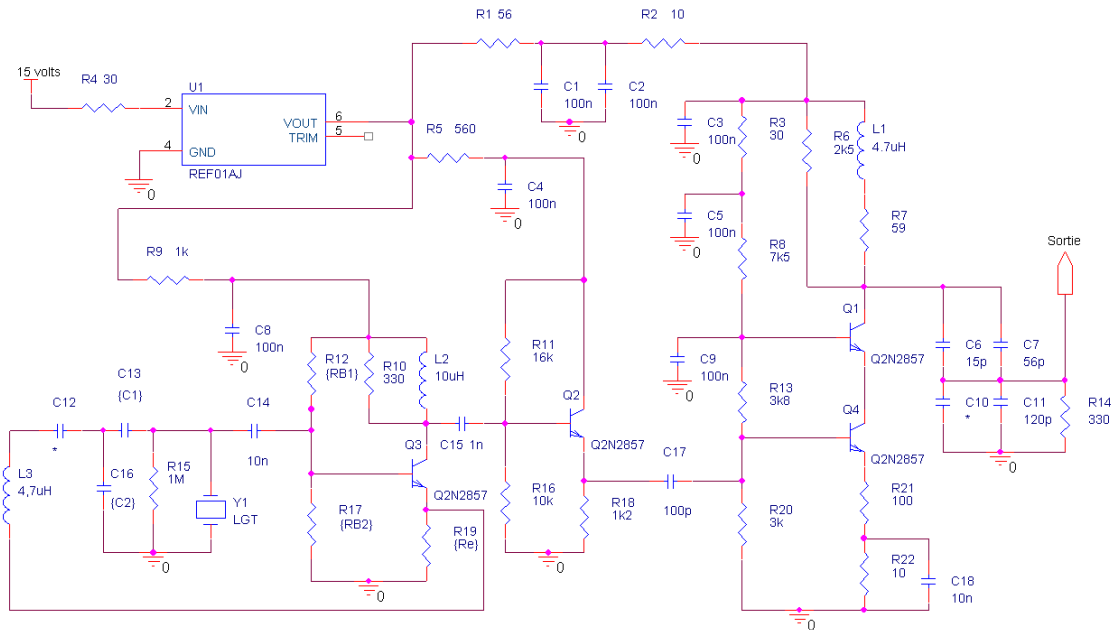


Fig. 42 Capture d'écran du logiciel Pspice Advanced Analysis Optimizer présentant les différentes zones de travail de celui-ci.

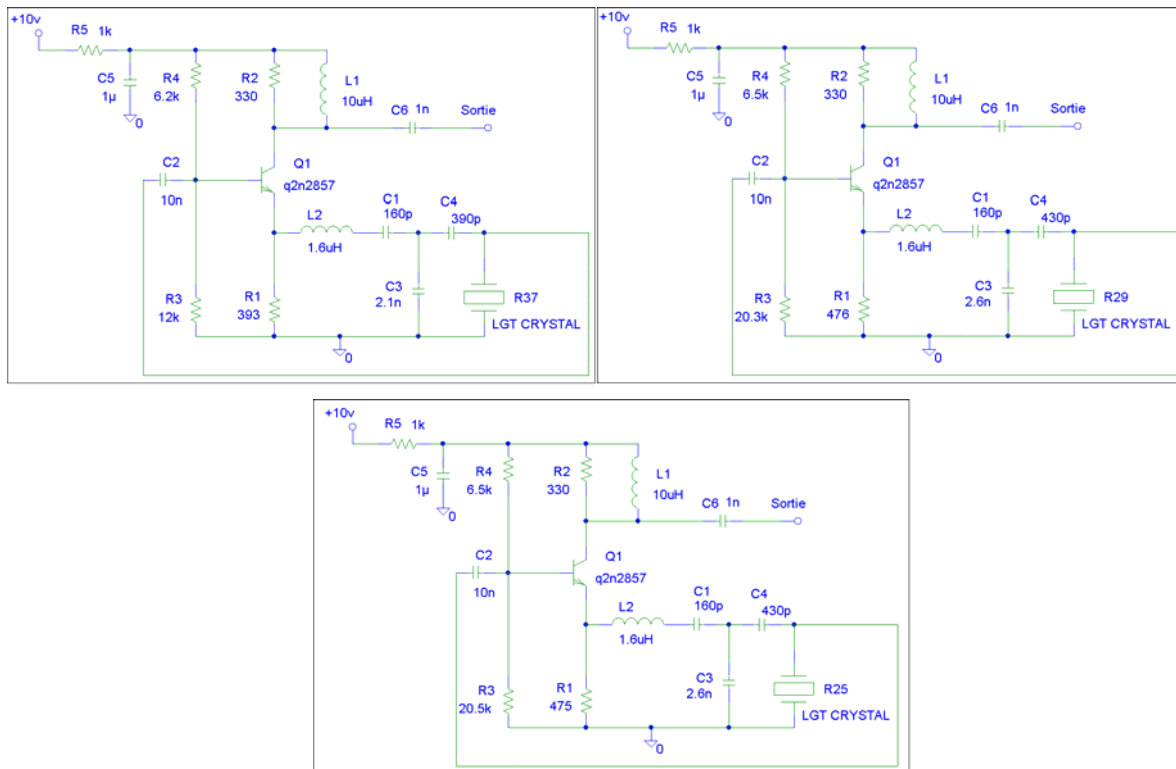
Le schéma Fig. 43 présente la totalité de l'oscillateur.  $Q3$  et ses composants associés réalisent la fonction de boucle oscillatrice en elle-même. Cet étage est suivi d'un amplificateur suiveur assuré par  $Q2$  monté en collecteur commun, il a pour fonction d'isoler la sortie de boucle des variations d'impédance de l'étage suivant. L'adaptation d'impédance est composée par  $L1$ ,  $C6$ ,  $C7$ ,  $C10$ ,  $C11$  et  $R14$ . Enfin, la mise en forme du signal et l'amplificateur de sortie sont réalisés par  $Q1$  et  $Q4$  montés en amplificateur cascode.  $C12$  est ajusté manuellement à l'aide d'un analyseur de réseau pour que la fréquence de coupure du filtre  $C12$ ,  $L3$  corresponde à la fréquence d'oscillation du résonateur. De même les condensateurs  $C6$ ,  $C7$ ,  $C10$  et  $C11$  sont ajustés avec un analyseur de spectre de façon à obtenir une puissance de signal maximale sous 50 ohms (minimum 7 dBm avec un TOS le plus proche possible de 1) et une séparation entre le fondamental et le premier harmonique d'au moins 25 dB.





**Fig. 43** Schéma général d'implantation : boucle oscillatrice, amplificateur d'isolation et adaptation 50 Ohms.

La Fig. 44 présente les valeurs optimisées des éléments de la boucle oscillatrice adaptée aux paramètres motionnels des résonateurs LGT R25, R29, R36 et R37.



**Fig. 44** Schémas des boucles oscillatrices optimisées et adaptées à R29, R25, R37 et R36.

La méthode d'optimisation présentée ci-dessus donne pleinement satisfaction : l'optimisation semble pertinente et présente l'avantage de pouvoir être exécutée en temps masqué. Les valeurs de polarisation, d'amplitude et de forme de signal en sortie de boucle sont conformes à la mise au point pratique. Aucun doute ne subsiste quant à la qualité et les performances de la conception de l'électronique. Une fois l'implantation réalisée de manière soignée, c'est donc bien le résonateur qui sera qualifié.

### 3.B) Fabrication du thermostat - packaging

Après mise au point et réglages, l'oscillateur a été conditionné dans une structure d'essai permettant de thermostatier l'ensemble {résonateur + électronique} de manière simple avec un accès facile aux divers composants. Habituellement, pour un résonateur à quartz de coupe SC, seuls 2 éléments chauffants sont utilisés, pour minimiser le nombre de composant et l'encombrement. Le résonateur LGT étant plus sensible à la température, nous avons choisi d'évaluer une structure à 4 éléments. Le cristal de langatate est plus sensible à la température d'un facteur 10 par rapport à une coupe SC traditionnelle. En d'autres termes, à  $0,1^{\circ}\text{C}$  du point d'inversion, une coupe SC de quartz présente une sensibilité relative de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-9}^{\circ}\text{C}^{-1}$ , alors que dans le cas d'une coupe Y de LGT, il faut être réglé à environ  $0,01^{\circ}\text{C}$  de son point d'inversion pour atteindre une sensibilité identique. Il est donc préférable d'avoir une structure minimisant les gradients de température au niveau de la base du résonateur. Des simulations thermiques de ces deux ensembles sont présentées en Fig. 45 et Fig. 46.

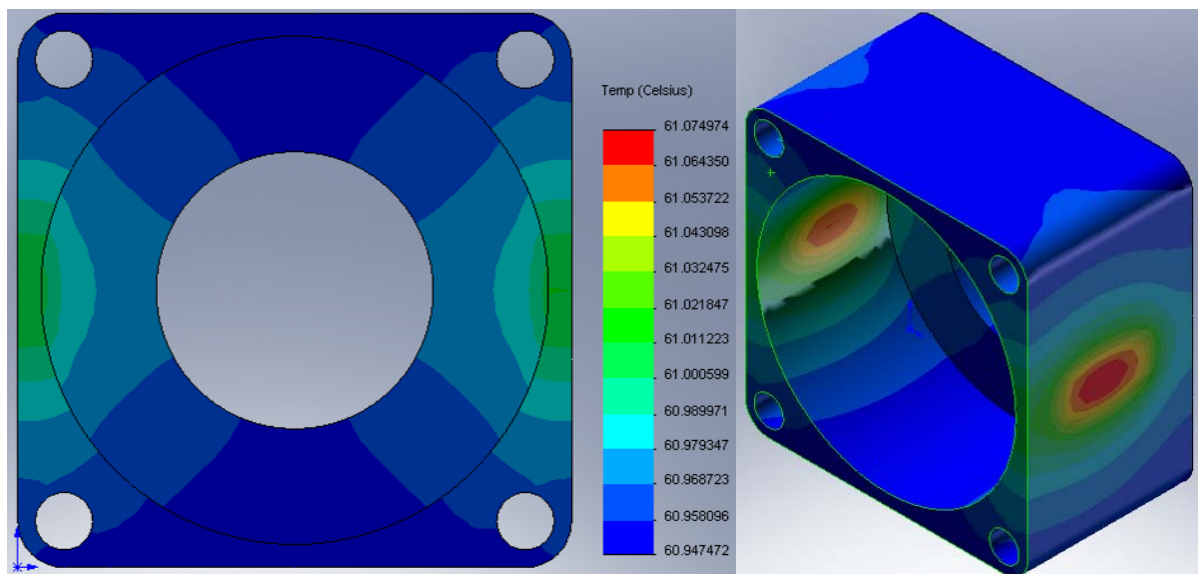


Fig. 45 Simulation du four à deux éléments chauffants.

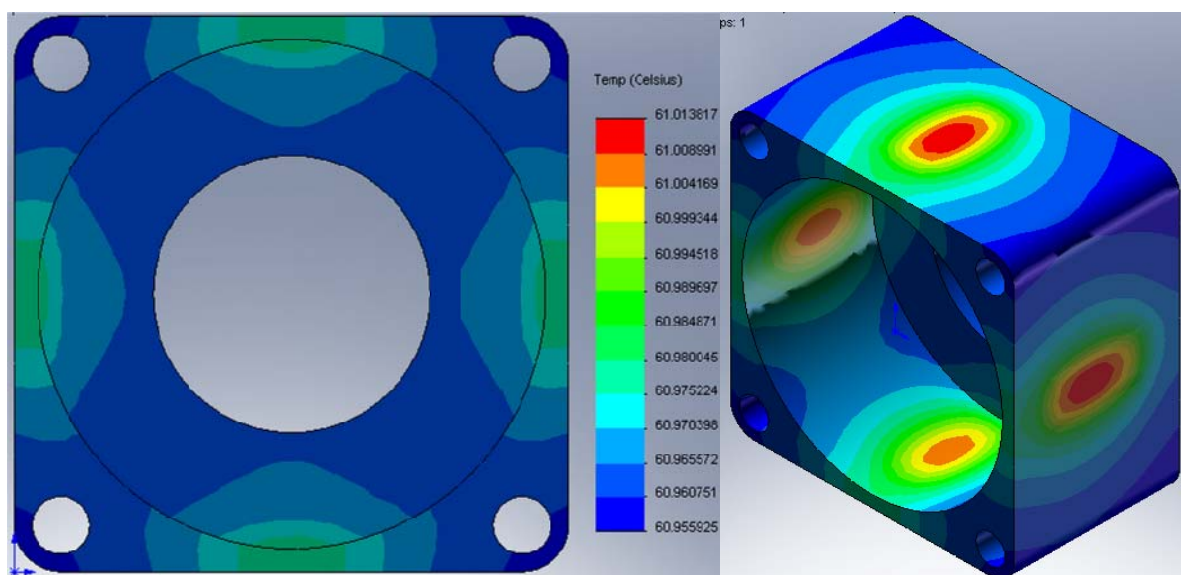
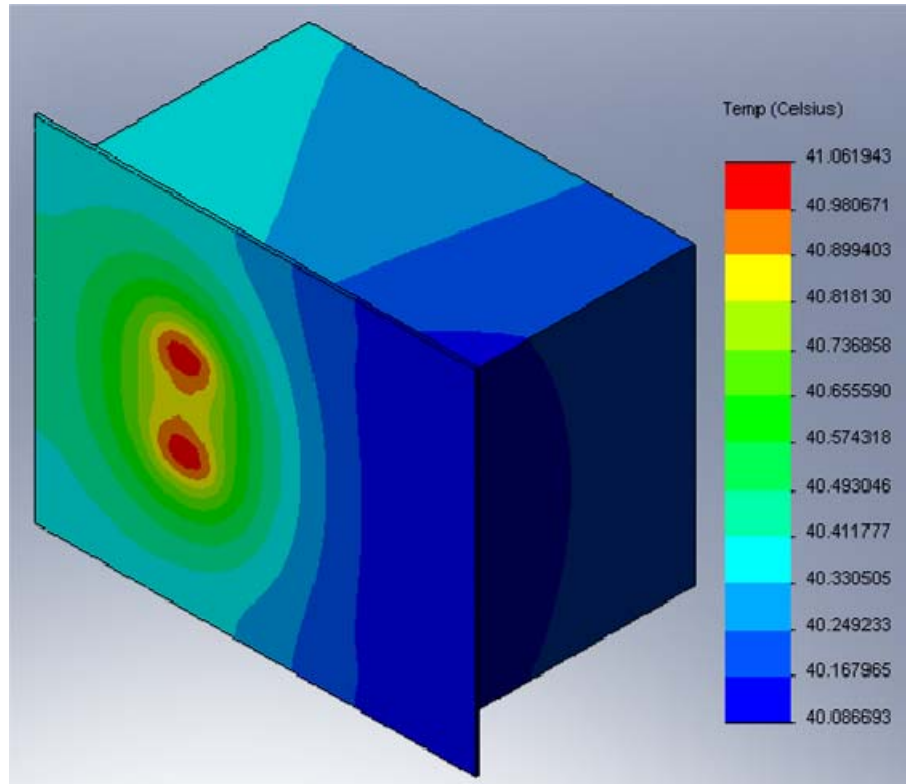


Fig. 46 Simulation du four à quatre éléments chauffants.

Ces résultats montrent des différences de températures entre le point le plus chaud et le point le plus froid de 0,127°C pour le four à deux éléments et 0,057°C pour celui à quatre. On gagne environ un facteur 2 sur le gain thermique. L'embase du résonateur étant moins exposée aux gradients de température dans la version à 4 éléments chauffants, c'est donc cette version qui est sélectionnée pour la réalisation.

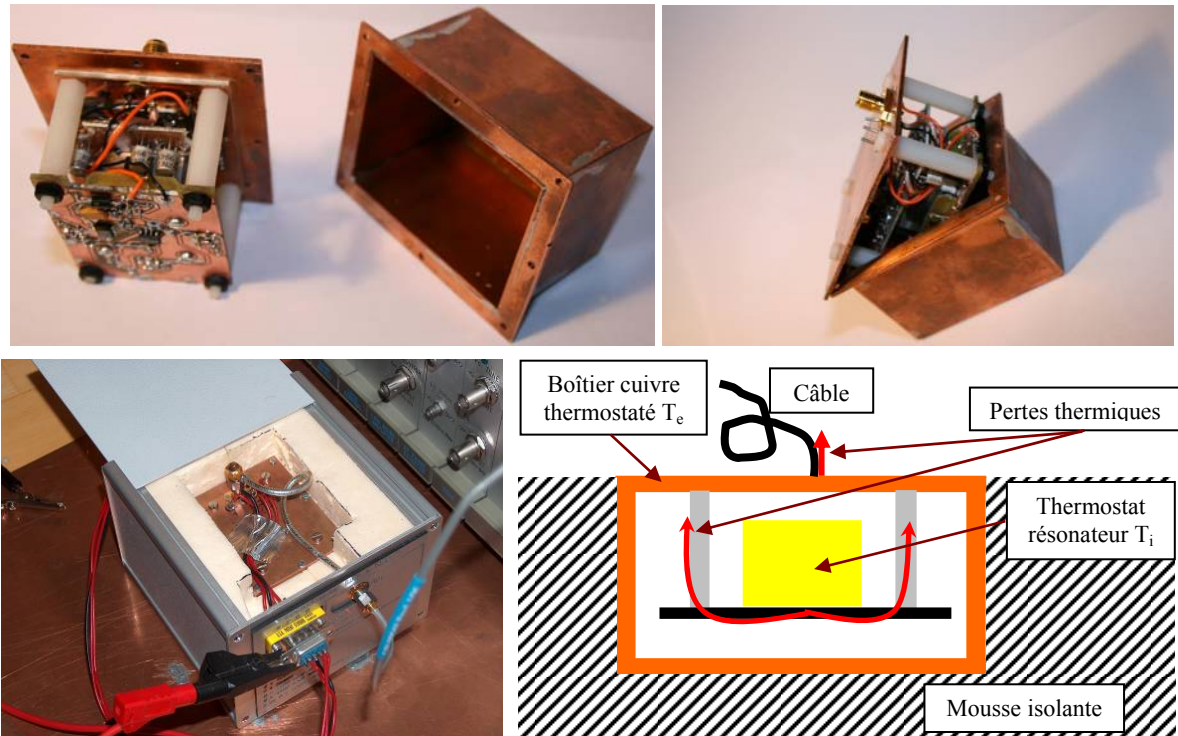
La Fig. 47 présente le résultat de simulation thermique en régime permanent du boîtier en cuivre.



**Fig. 47** Résultats de la simulation thermique de la boîte en cuivre extérieure avec son système de chauffage.

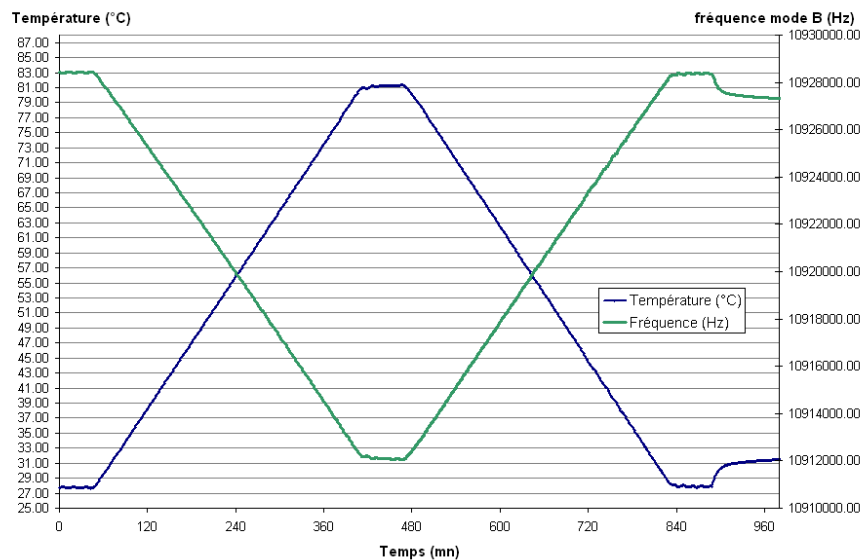
Le réglage des thermostats des premiers résonateurs prototypes n'est pas sans difficulté, d'autant que la coupe Y est très sensible à la température. La difficulté réside dans la faible valeur de la température d'inversion des premiers résonateurs qui limite considérablement la marge de réglage d'un double thermostat. Il faut en effet compter un écart minimum de 10 à 15°C entre les deux thermostats pour garantir un fonctionnement sain et efficace de chacun des deux. Partant d'une consigne intérieure de 64°C, ceci ramène la consigne du thermostat extérieur à environ 50°C, ce qui réduit l'écart avec la température ambiante à une valeur de l'ordre de 20°C : un tel gradient n'autorise pas beaucoup de flexibilité, à consommation limitée.

La structure décrite en Fig. 48 a d'abord été évaluée à l'aide du mode B d'un résonateur à quartz de coupe SC. L'oscillateur a été adapté pour travailler sur ce mode thermométrique très sensible, fonctionnant à 10,9 MHz (pour un résonateur 10 MHz partiel 3 de coupe SC).



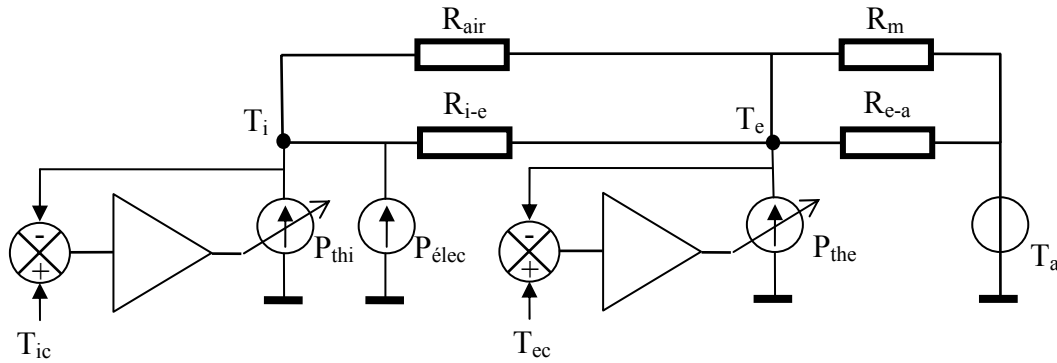
**Fig. 48** Le prototype d'essais. L'ensemble du boîtier en cuivre est inséré dans une coquille de mousse de 2 cm d'épaisseur.

La première opération a consisté en un étalonnage. L'oscillateur fonctionnant sur le mode B est soumis à une rampe de température quasi statique (Fig. 49), la sensibilité de ce mode est évaluée à 305,2 Hz/°C.



**Fig. 49** Enregistrement de la variation du mode B d'une coupe SC en fonction de la température. Elle varie d'environ 0,15 °C/min. La sensibilité (quasi-statique) déduite de ce mode B est de 305,2 Hz/°C.

La situation thermique, en régime statique, est représentée de manière très simplifiée par le schéma de la Fig. 50.



**Fig. 50** Schéma simplifié du régime thermique statique à double thermostat.  $R_m$  schématise la résistance thermique de la mousse isolante entourant le boîtier en cuivre,  $R_{air}$  celle de l'air enfermé dans le boîtier cuivre,  $R_{i-e}$  la résistance thermique entre cœur et boîtier cuivre,  $R_{e-a}$  la résistance thermique entre boîtier cuivre et l'extérieur à  $T_a$ .  $T_{ic}$  et  $T_{ec}$  désignent respectivement les températures de consigne intérieure et extérieure.  $P_{elec}$  est la puissance dissipée par l'électronique de l'oscillateur, hors régulation thermique.

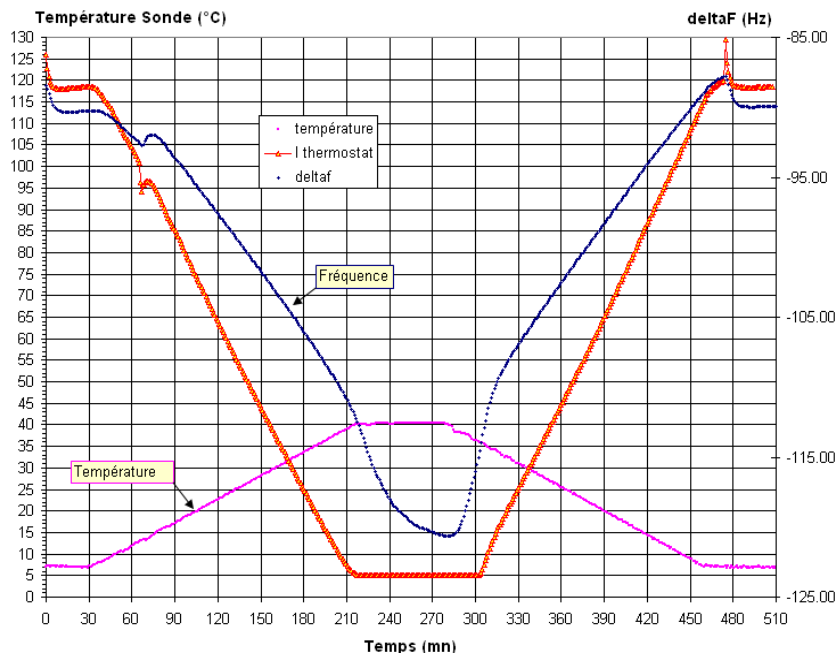
En se référant à la Fig. 50, quelques évaluations peuvent être établies. Quand le thermostat extérieur se coupe, en supposant  $R_{air}$  et  $R_m$  très grandes :

$$1/ \quad T_a + R_{e-a} \times (P_{elec} + P_{thi}) \geq T_{ec} \quad (5)$$

Sachant que, idéalement,  $T_e = T_{ec}$  et  $T_i = T_{ic}$  :

$$2/ \quad T_i - T_a = R_{e-a} \times (P_{elec} + P_{thi}) + R_{i-e} \times (P_{elec} + P_{thi} + P_{elecThe}) \quad (6)$$

Où  $P_{elecThe}$  est la puissance dissipée par l'électronique de commande du thermostat extérieur (puissance toujours dissipée même quand la régulation est coupée). Cette situation est facile à reproduire expérimentalement comme le montre la Fig. 51.



**Fig. 51** Exemple d'enregistrement du mode B, thermostats activés, avec mise en évidence des conditions de coupures du thermostat extérieur. Ici la consigne du thermostat interne est fixée à  $T_{ic} = 80^\circ\text{C}$  et celle du thermostat extérieur à  $T_{ic} = 50^\circ\text{C}$ . Les entretoises sont en nylon. La « température sonde » est celle d'une sonde mesurant  $T_a$ .

Il devient possible, à partir de quelques enregistrements similaires à ceux de la Fig. 51, d'en déduire les gains thermiques ainsi que quelques données physiques se rattachant au schéma de la Fig. 50. Ces manipulations ont été faites sur deux types de liaisons cœur - boîtier cuivre :

1/ Gains ( $\Delta T_a / \Delta T_i$ ) mesurés à partir des pentes :

Avec 4 entretoises nylon reliant le cœur au boîtier cuivre (voir Fig. 48).

Thermostat intérieur en marche et thermostat extérieur coupé :  $\Delta T_a / \Delta T_i \approx 55$ .

Thermostat intérieur en marche et thermostat extérieur en marche :  $\Delta T_a / \Delta T_i \approx 350$ .

Avec entretoises métalliques (laiton) Fig. 52, qui rapprochent les températures à consommation égale ( $T_e$  remonte vers  $T_i$ ), mais ont pour effet de réduire le gain.

Thermostat intérieur en marche et thermostat extérieur coupé :  $\Delta T_a / \Delta T_i \approx 50$ .

Thermostat intérieur en marche et thermostat extérieur en marche :  $\Delta T_a / \Delta T_i \approx 320$ .

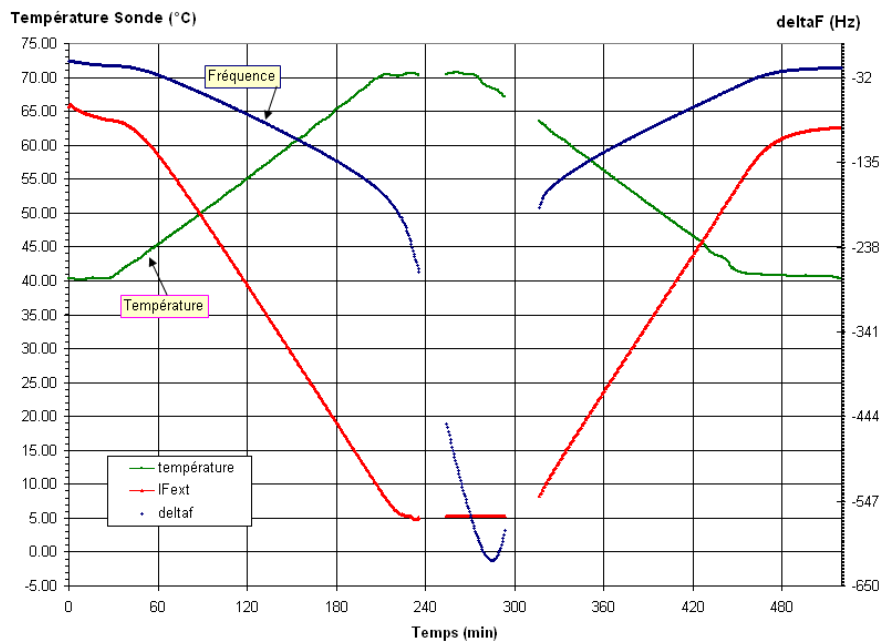
2/ d'après (5) :

$$R_{e-a} = \frac{50 - 40 (\text{à } 36)}{1396,5 \cdot 10^{-3}} \text{ KW}^{-1} \approx 7 \text{ KW}^{-1} (\text{à } 10 \text{ KW}^{-1}), \text{ la coupure du thermostat extérieur}$$

se produisant suivant le sens d'évolution, pour  $T_a = 40^\circ\text{C}$  ou  $T_a = 36^\circ\text{C}$ . A noter que l'écart entre la température ambiante  $T_a$  maximale admissible et  $T_{ec}$  n'est que de  $10^\circ\text{C}$ .

La puissance affectée est la somme de  $P_{elec} = P_{osc} + P_{electhi}$  (puissance dissipée par l'oscillateur ( $23,5 \text{ mA} \times 15 \text{ V}$ ) plus la puissance dissipée par l'électronique de contrôle du thermostat intérieur), de  $P_{thi}$  (la puissance de régulation intérieure au point considéré :  $59,6 \text{ mA} \times 15 \text{ V}$ ), de  $P_{electhe}$  (puissance dissipée par le thermostat extérieur :  $5 \text{ mA} \times 15 \text{ V}$ ).

3/  $R_{i-e}$  se déduit de la même manière, des mesures, connaissant  $R_{e-a}$ . On estime  $R_{i-e} \approx 16 \text{ K/W}$ .



**Fig. 52** Exemple d'évolution du dispositif avec des entretoises métalliques. Les cassures de pentes rendent le « décrochement » du thermostat extérieur très visible.

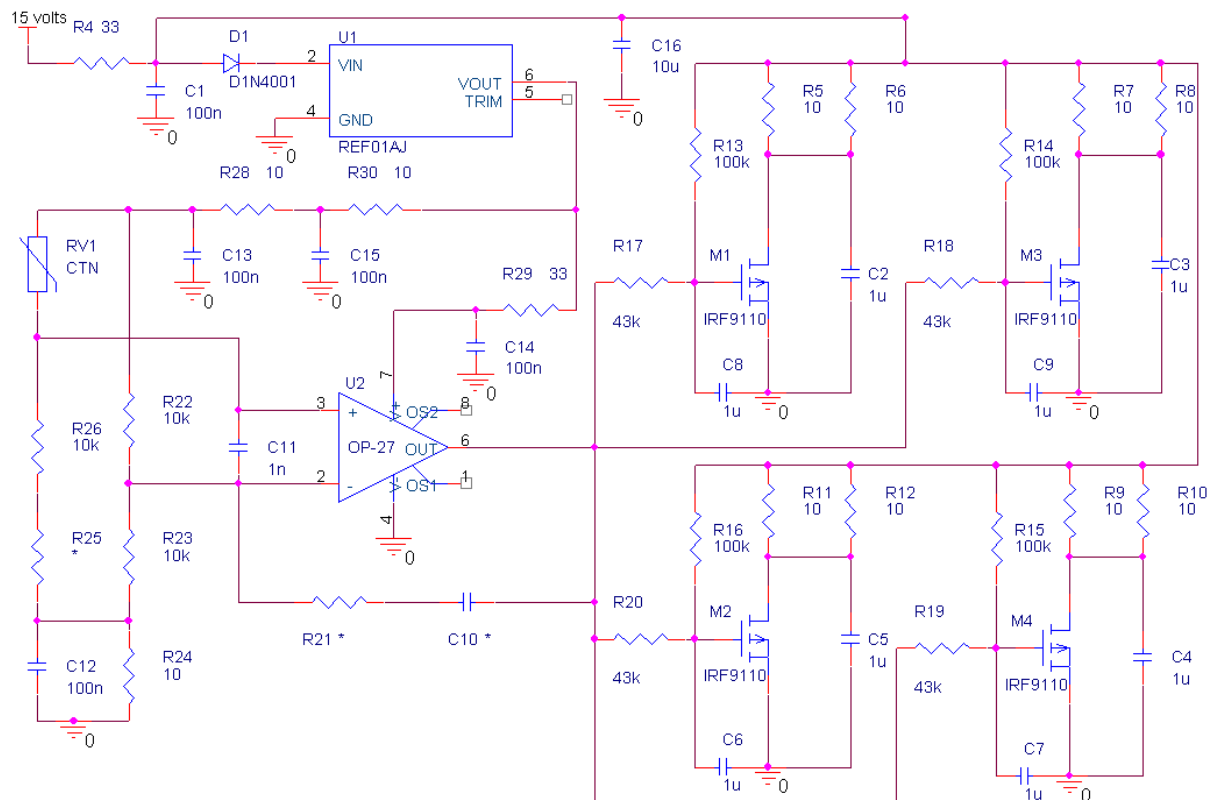


En réalité,  $R_m$  est loin d'être « très grande », puisque  $R_m$  est facilement estimable à l'équivalent de 5 résistances (les 5 faces isolées par la mousse ( $\lambda \approx 0,03 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-1}$ )) de  $400 \text{ K/W}$  en parallèle, soit environ  $80 \text{ K/W}$ . La résistance  $R_{e-a}$ , calculée ci-dessus, serait en réalité la résistance  $R_{e-a}$  mise en parallèle avec  $R_m$ , qui reste donc proche de  $R_{e-a}$ .

Quant à  $R_{air}$ , elle correspond à la conduction-convection de l'air emprisonné dans le boîtier en cuivre et environnant le cœur de l'oscillateur ; il conviendrait de le remplir de copeaux isolants pour réduire la convection. En prenant un coefficient conduction-convectif de  $h = 10 \text{ WK}^{-1}\text{m}^{-2}$  (valeur typique [47]), cette résistance peut être estimée à  $10^4 \text{ K/W}$ , c'est-à-dire effectivement très grande par rapport à  $R_{i-e}$ .

Toutes ces données permettent de mieux appréhender la structure thermique et d'en interpréter les comportements et marges de réglages, défauts, améliorations possibles, etc.

L'électronique du thermostat est très simple mais robuste et éprouvée. Elle est décrite en Fig. 53. L'amplificateur opérationnel  $U2$  est monté en amplificateur différentiel entre deux diviseurs de tension dont un est référence ( $R22$ ,  $R23$ ) et l'autre contient la thermistance ( $RVI$ ,  $R26$ ,  $R25$ ). Il est aussi équipé d'une contre réaction de type PID complètement ajustable par  $R21$  et  $C10$ . Le chauffage est confié à quatre transistors à effet de champ de type MOSFET ( $M1$  à  $M4$ ).



**Fig. 53** Electronique de régulation de la température. Les éléments chauffants sont répartis uniformément sur les 4 faces du « four » du résonateur. Les principaux réglages à effectuer sont la température de consigne et le gain global, avec ou sans action intégrale.

Finalement, la topologie retenue pour les oscillateurs à résonateur LGT est le four en dural doté de quatre éléments chauffants. La fixation faite par quatre entretoises en nylon pour les résonateurs avec un point d'inversion de 64°C et quatre entretoises en laiton pour ceux à 80°C. Tout l'ensemble est ensuite suspendu dans un boîtier cuivre lui-même thermostaté aux alentours de 45°C. Enfin, ce dernier est inséré dans une mousse isolante contenue par un boîtier aluminium.

### 3.C) Mesures associées

La mise à la fréquence des premiers résonateurs n'a pas été peaufinée. Notamment celle des résonateurs R25, R29 et R36 dont les fréquences sont assez éloignées de 10 MHz (10.000.882 Hz pour R29 et 10.409.811 Hz pour R25). Les oscillateurs montés autour de ces résonateurs pourront donc être évalués en termes de mesures temporelles avec les équipements disponibles au laboratoire. La variance utilisée pour la caractérisation du bruit de nos oscillateurs est la variance d'Allan. La Fig. 54 présente la vue d'un des oscillateurs mis en boîte et opérationnel.



Fig. 54 Un oscillateur fini en cours de mesure.

Les oscillateurs ont été optimisés en fonction des paramètres de résonateurs LGT, conformément à la méthode exposée dans 3.A). Les meilleurs résultats obtenus à ce jour, en terme de variance et de densité spectrale de puissance des fluctuations de phase, sont les oscillateurs équipés des résonateurs R25 et R29. Les résultats sont présentés de la Fig. 55 à la Fig. 63. Chronologiquement, c'est l'oscillateur équipé de R36 qui a été mesuré en premier (Fig. 55). Pour mémoire :

$\tau^{+1} \leftarrow$  dérive de fréquence (et thermique ?)

$\tau^{+1/2} \leftarrow S_{\phi}(f)$  en  $f^{-4}$  (thermique ?) (marche aléatoire de fréquence)

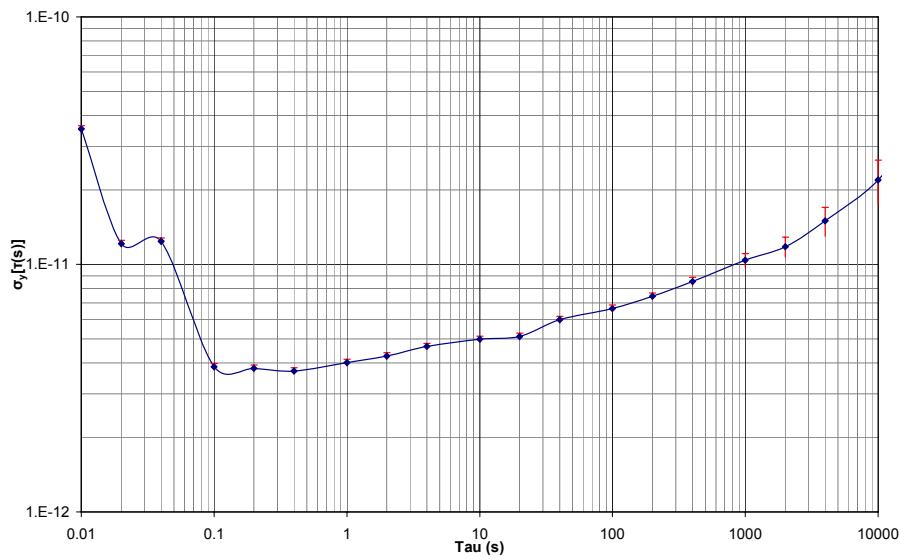
$\tau^0 \leftarrow S_{\phi}(f)$  en  $f^{-3}$  (flicker de fréquence)

$\tau^{-1/2} \leftarrow S_{\phi}(f)$  en  $f^{-2}$  et/ou  $f^{-1}$  (i.e. blanc de fréquence et/ou flicker de phase)

$\tau^{-1} \leftarrow S_{\phi}(f)$  en  $f^{-1}$  et/ou  $f^0$

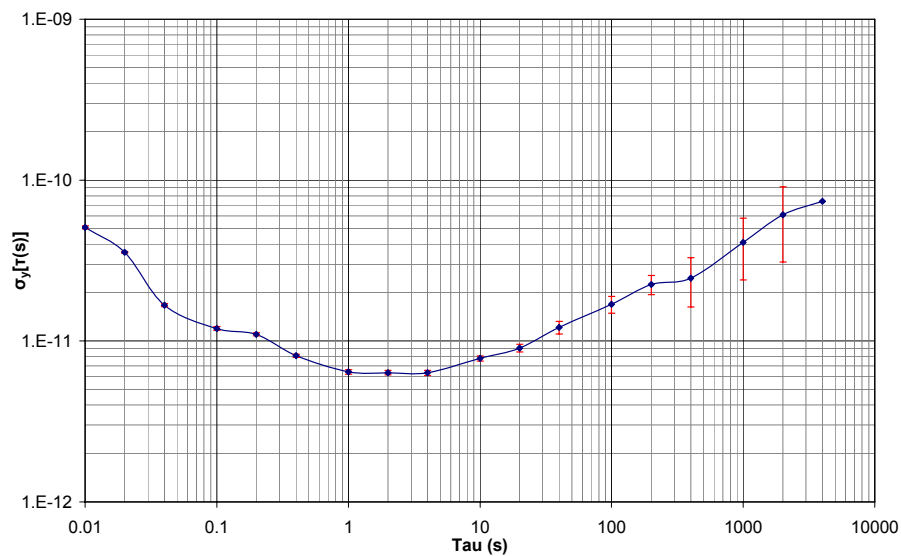


○ **Mesures temporelles :**

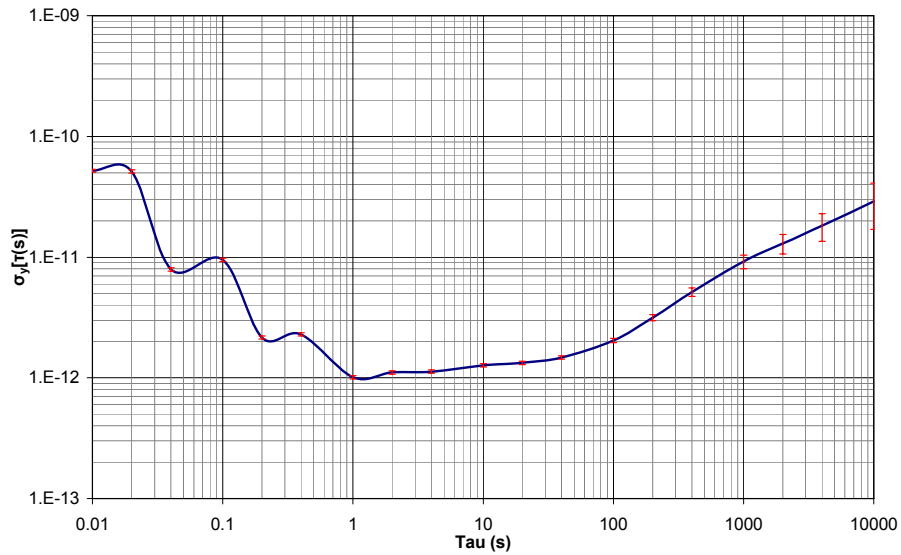


**Fig. 55** Variance de l'oscillateur équipé de R36 mesuré contre le maser.

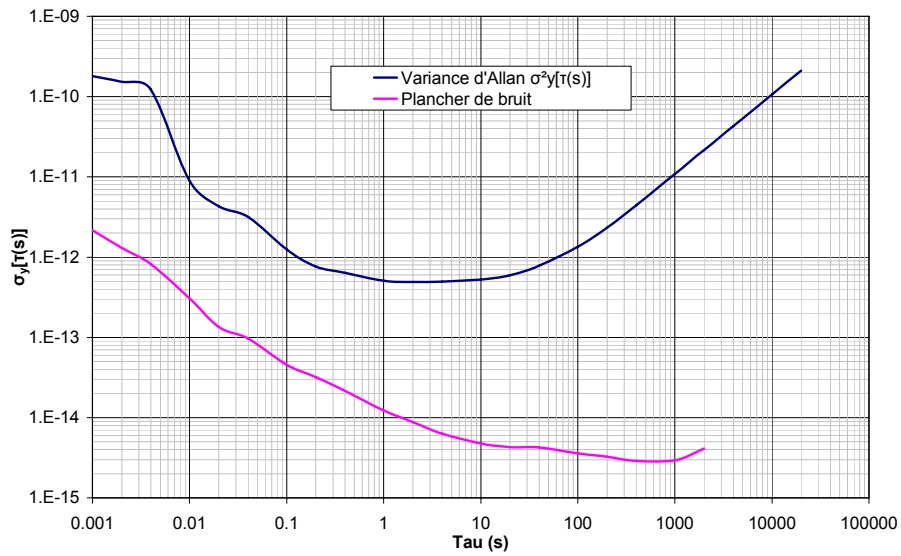
Par la suite, des résonateurs correspondants en tout point aux optimisations exposées précédemment (montage BVA, rayon de courbure de 100 mm, électrodes de 3,5 mm...) ont été montés en oscillateur. Ce sont les résultats présentés Fig. 56 et Fig. 57.



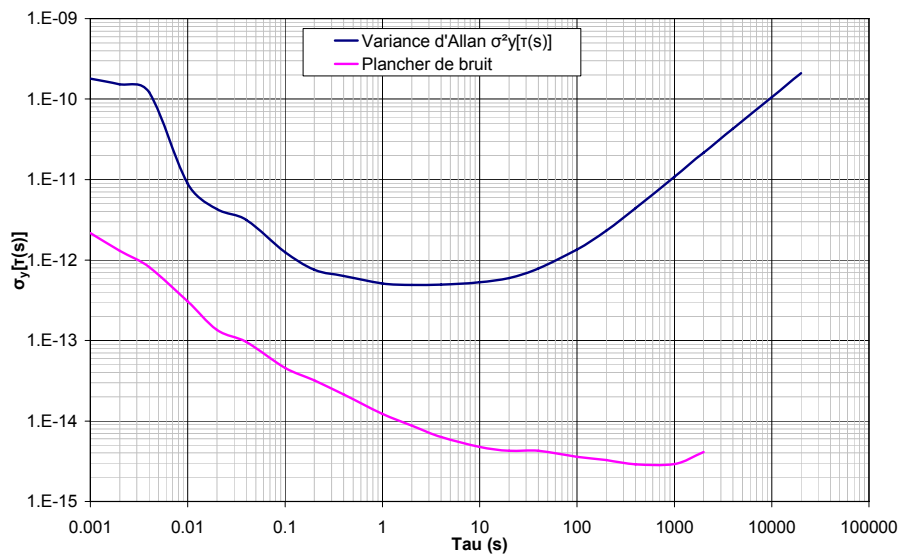
**Fig. 56** Variance de l'oscillateur équipé de LGT1-série 0 mesuré contre le maser.



**Fig. 57** Variance de l'oscillateur équipé de LGT5-série 0 mesuré contre le maser.

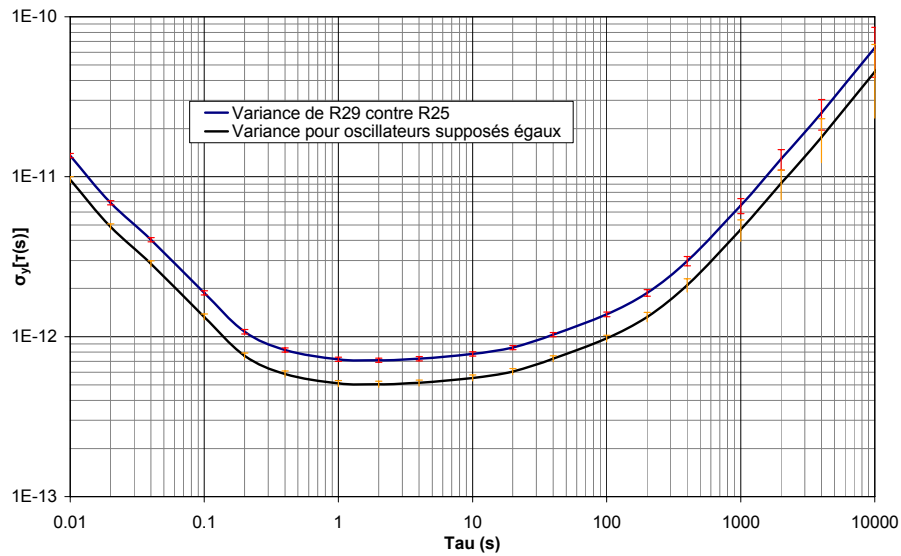


**Fig. 58** Variance d'Allan de l'oscillateur équipé de R25 mesuré contre le maser.



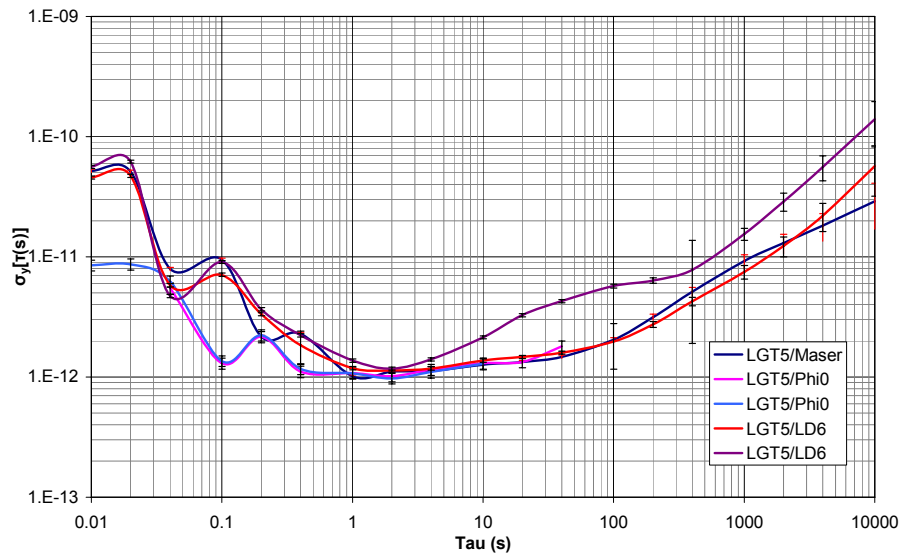
**Fig. 59** Variance d'Allan de l'oscillateur équipé de R29 mesuré contre le maser.

Vue la similitude des mesures en variance d'Allan des oscillateurs équipés de R25 et R29 contre le maser, ils sont considérés comme égaux en termes de performances. De ce faite en les mesurant l'un contre l'autre il est possible de déduire leur stabilité « réelle » en divisant le résultat par  $\sqrt{2}$ . Le résultat est en Fig. 60.



**Fig. 60** Variance d'Allan de l'oscillateur équipé de R29 mesuré contre l'oscillateur équipé de R25 et variance calculée pour un oscillateur si les deux mesurés sont égaux.

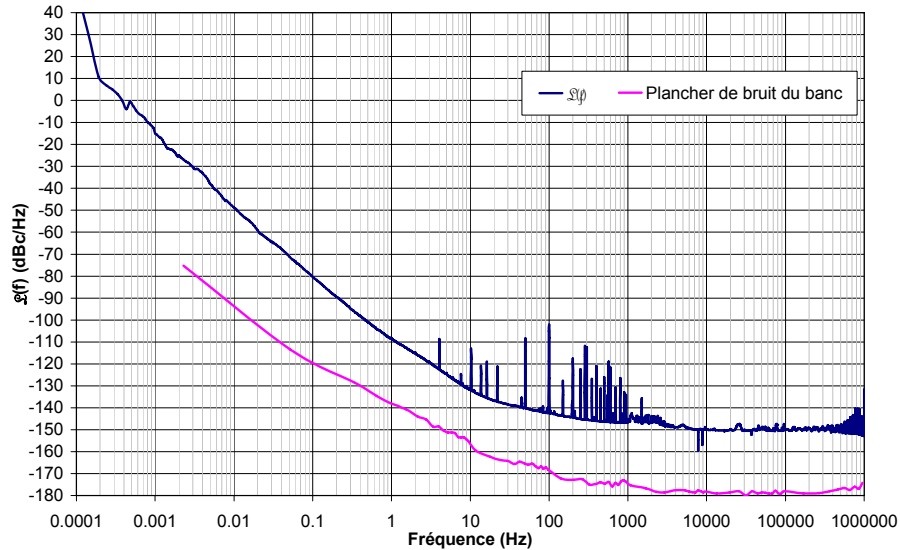
Sur les précédentes mesures de variance d'Allan, il existe des variations de stabilités assez inattendues pour des temps d'intégration inférieure à 1 s. Pour essayer de comprendre l'origine de ces variations, un oscillateur a été mis en mesure contre différentes références dans différents endroits. Ainsi, sur les résultats de la Fig. 61, il est possible de voir que quelque soit la référence ou le lieu, les variations sur les temps d'intégration inférieure à 1 s sont toujours présentes. Deux explications s'imposent : soit c'est une variation typique du résonateur LGT, soit le banc de mesure est en cause.



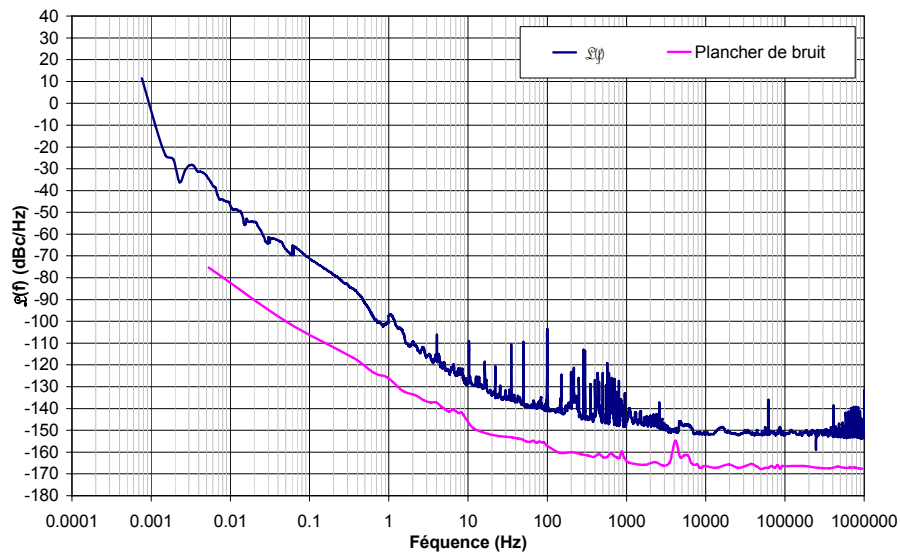
**Fig. 61** Mesure de l'oscillateur équipé du résonateur LGT5 série 0 et évaluation des origines de la forme des fluctuations en dessous de  $\tau = 1$  s.

○ **Densités spectrales :**

Des mesures de la densité spectrale de puissance (DSP) des fluctuations de phase ont pu être faites exceptionnellement sur les oscillateurs équipés de R25 et R29, à l'occasion d'une démonstration de l'appareil *Symmetricom TSC5120A*. Cet appareil autorise la mesure d'oscillateurs ayant des fréquences différentes. Les résultats sont présentés en Fig. 62 et Fig. 63.



**Fig. 62** DSP des fluctuations de phase de l'oscillateur équipé de R25 mesuré contre le Maser.



**Fig. 63** DSP des fluctuations de phase de l'oscillateur équipé de R29 mesuré contre le Maser.

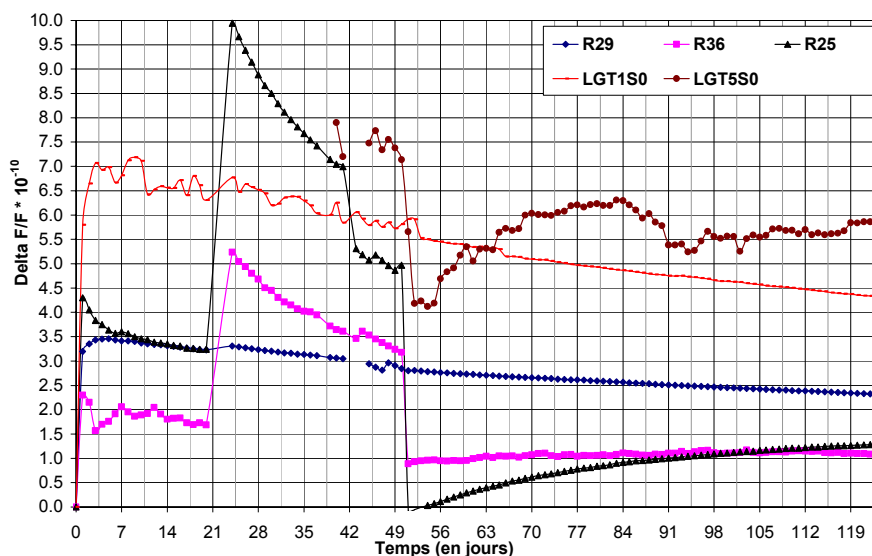
○ **Mesure de vieillissement :**

La Fig. 64 montre un ensemble d'acquisition automatisé, développé et piloté sous Labview pour le suivi à moyen et long terme des oscillateurs à résonateur LGT. Ce banc mesure tous les jours 10 fois la fréquence de chaque oscillateur et enregistre la valeur moyenne dans un fichier. Ainsi, nous disposons aujourd'hui de quelques données sur le vieillissement des premiers prototypes d'oscillateurs.



**Fig. 64** A gauche : banc de mesure de vieillissement. A droite : les 5 oscillateurs en test.

Les mesures de ces 5 oscillateurs sont exposées en Fig. 65. Les sauts de fréquence importants ont été causés par des coupures d'alimentation lors de transports des oscillateurs pour des mesures ou de modifications du banc de vieillissement. Le Tab. 19 récapitule le vieillissement journalier de chaque oscillateur à résonateur LGT au bout de 120 jours de fonctionnement.



**Fig. 65** Résultats des mesures de vieillissement sur les oscillateurs à résonateur LGT sur 124 jours.

**Tab. 19** Résumé du vieillissement journalier de chaque oscillateur.

R29	R36	R25	LGT1S0	LGT5S0
$3,2 \cdot 10^{-10} / \text{jour}$	$1,7 \cdot 10^{-10} / \text{jour}$	$3,2 \cdot 10^{-10} / \text{jour}$	$6,3 \cdot 10^{-10} / \text{jour}$	$5,5 \cdot 10^{-10} / \text{jour}$

Ces résultats sont une première mondiale. A notre connaissance aucune publication liée au montage en oscillateur et au vieillissement de ceux-ci n'existaient jusqu'à là. De plus, ces résultats démontrent clairement les potentialités du matériau langatate pour substituer le cristal de quartz dans les applications ultra-stables : maintenant, il existe donc un matériau de synthèse pur ayant des potentialités au moins équivalentes à celles du quartz.

## 4) Conclusion

Jusqu'à aujourd'hui, aucun matériau piézoélectrique équivalent au cristal de quartz pour les applications d'oscillateurs ultra-stables n'existait. Avec ces travaux nous avons démontré que le cristal de langatate, qui est un matériau piézoélectrique de pure synthèse, a toutes les potentialités requises pour être un sérieux candidat à l'équivalence du quartz pour les applications de pointes.

Ces travaux montrent qu'il est possible de descendre au moins à des stabilités de  $5 \cdot 10^{-13}$  sur des temps d'intégration allant de 1 à 40 s. L'électronique et la thermique (la mise en boîte) sont désormais adaptées à ces « nouveaux » résonateurs. Le procédé de fabrication mis au point spécialement pour ce matériau est très satisfaisant et donne de très bons résultats en terme d'état de surface. Une méthode de sélection pour le choix du cristal de meilleure qualité a aussi été mise en place.

Bien qu'en terme de performance les perspectives soient très bonnes pour le cristal de LGT, ce travail ne constitue pas une solution complète pour l'exploitation de toutes ses potentialités. Dans le cas du cristal de quartz, il a fallu une cinquantaine d'années pour arriver aux résultats connus. Dans le cas de ce matériau, nouveau dans les applications ultra-stables, l'expérience acquise sur le cristal de quartz permettra de raccourcir le temps de mise au point. Mais à ce stade de l'étude, il reste encore du travail :

- Les qualités de matériaux peuvent être très changeantes d'un fournisseur à l'autre, il faut donc trouver un approvisionnement de qualité garantie.
- La géométrie décidée pour les premiers prototypes de résonateurs n'est peut être pas satisfaisante, elle peut être redéfinie avec une vérification du spectre et de la présence éventuelle de chevauchement d'harmoniques et/ou d'anharmoniques.
- La sensibilité thermique est un des gros inconvénients du cristal de LGT, une investigation pour trouver une solution à ce défaut gênant est à envisager.
- Un gabarit de recuit adapté à ce cristal doit impérativement être mis au point.
- Il pourrait être tout à fait intéressant de tester le bruit propre de ces résonateurs pour en estimer les limites.

Ces travaux incarnent donc une étude préliminaire très complète pour l'étude et le développement d'oscillateurs équipés de cristal de LGT de gamme ultra-stable.

## 5) Bibliographie du chapitre II

- [1] B. V. Mill, Y. V. Pisarevsky, "Langasite Type Materials: From Discovery to Present State", Proc. IEEE Int. Freq. Cont. Symp., pp 133-144, 2000.
- [2] T. Nikolajsen, P. M. Johansen, "Low temperature thermal fixing of holograms in photorefractive  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}:\text{Pr}^{3+}$  crystal", Optics Lett., Vol. 24, pp. 1419-1421, 1999.
- [3] M. F. Dubovik, I. A. Andreyev, Yu. S. Shmaly, "Langasite ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ ) an optical piezoelectric: growth and properties", IEEE International Frequency Control Symposium, pp. 43-47, 1994.
- [4] S. Mitsuru, M. Katsuma, I. Sumiyuki, "Filter and resonator using langasite", Proc. IEEE Int. Freq. Cont. Symp., Honolulu, pp. 379-383, 1996.
- [5] J. Shen, B. C. C. Teng, M. M. C. Chou, B. H. T. Chai, T. T. Lee, J. Gwo, "Experimental investigation of the BAW device potentials of singly rotated Y-cut ordered langasite-structure crystals", Proc. IEEE Int. Freq. Cont. Symp., New Orleans LA, pp. 307-310, 29-31 May, 2002.
- [6] E. Ansorge, S. Schimpf, S. Hirsch, J. Sauerwald, H. Fritze, B. Schmidt, "Evaluation of langasite ( $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ ) as a material for high temperature Microsystems", Sensors and actuators, A Physical, vol. 130/31, pp. 393-396, August, 2006.
- [7] J. J. Boy, R. J. Besson, E. Bigler, R. Bourquin, B. Dulmet, "Theoretical and experimental studies of the force-frequency effect in BAW LGS and LGT resonators", Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, pp 223 - 226, 2001.
- [8] R. C. Smythe, "Material and resonator properties of langasite and langatate: a progress report", in Proc. IEEE Int. Freq. Cont. Symp., pp 761-765, 1998.
- [9] R. C. Smythe, R. C. Helmbold, G. E. Hague, K. A. Snow, "Langasite, Langanite, and Langatate Bulk-Wave Y-Cut Resonators", IEEE Transactions., vol. 47, no. 2, pp 355-360, 2000.
- [10] V. B. Grouzinenko, V. V. Bezdelkin, "Piezoelectric resonators from  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$  (langasite) – single crystals", IEEE Frequency Control Symposium, pp. 707-712, 1992.
- [11] J. A. Kosinski, R. A. Pastore, Jr., X. Yang, J. Yang, J. A. Turner, "Stress-induced frequency shifts in langasite thickness-mode resonators", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17<sup>th</sup> European Frequency and Time Forum, pp. 716-722, 2003.
- [12] Bernd Neubig, "Capability Study Of Oscillators Using  $\text{GaPO}_4$  and Langasite Resonators", Joint IEEE Frequency Control Symposium / European Frequency & Time Forum, Tampa, Florida, May 5, 2003.
- [13] C. F. Klemen, J. Luo, D. Shah, "High-quality 2 inch  $\text{La}_3\text{Ga}_{5.5}\text{Ta}_{0.5}\text{O}_{14}$  and  $\text{Ca}_3\text{TaGa}_3\text{Si}_2\text{O}_{14}$  crystals for oscillators and resonators", 29th International conference on advanced ceramics and composites, Cocoa Beach, Florida, 2005.
- [14] J. Imbaud, A. Assoud, R. Bourquin, J.J. Boy, S. Galliou and J.P. Romand, "Investigations on 10 MHz LGS and LGT crystal resonators", Proceedings of Joint Meeting European Frequency and Time Forum-IEEE International Frequency Control Symposium, Geneva, Switzerland, pp. 711-714, May 2007.
- [15] L. Gheoghe, S. Georgescu, "Synthesis, growth and characterisation of langasite crystals", IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 965-968, 2002.

- [16] C. Klemen, M. Berkowski, B. Deveaud-Pledran, D.C. Malocha, "Defect structure of langasite-type crystals: a challenge for applications", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, pp. 301-306, 2002.
- [17] D. V. Roshchupkin, D. V. Irzhak, E. D. Roshchupkina, O. A. Buzanov, "Investigation of structural perfection and acoustic properties of  $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$  crystals by high resolution X-ray diffraction, topography, and microfluorescence analysis", Crystallography Reports, Vol. 49, Suppl. 1, pp. S80-S88, 2004.
- [18] S. Uda, S. Q. Wang, N. Konishi, H. Inaba and J. Harada, "Growth habits of 3 and 4-inch langasite single crystals", Journal of Crystal Growth, Volumes 237-239, Part 1, pp 707-713, April, 2002.
- [19] J. Imbaud, A. Assoud, R. Bourquin, J.J. Boy, S. Galliou and J.P. Romand, "Investigations on LGS and LGT crystals to realize BAW resonators", IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, November, 2008.
- [20] A. Assoud, J.J. Boy, K. Yamni and A. Albizane: "IR and N-IR spectrometry characterizations of LGS crystal and family", J. Phys. IV France 126, pp 47-50, 2005.
- [21] A. Assoud, O. Bel, J.J. Boy, T. Leblois: "Chemical controlled dissolution of LGS samples", Join Meeting Eur. Freq. Time Forum IEEE Int. Freq. Cont. Symp., Geneva, Switzerland, pp 724-728, 2007.
- [22] S.A. Sakharov, Yu. Pisarevsky, A.V. Medvedev, P.A. Senushencov, V. Lider, "Surface and volume defects in langasite crystals", in Proc. IEEE Int. Freq. Cont. Symp., pp 642-646, 1995.
- [23] Gotalskaja A.N., Dresin D.I., Schegolkova S.N., Saveleva N.I., Bezdelkin V.V., Cherpoukhina G.N., "Langasite crystal quality improvement aimed at high-Q resonators fabrication", in Proc. IEEE Int. Freq. Cont. Symp., pp 657-666, 1995.
- [24] Ward L. Johnson, Sudook A. Kim, Damian S. Lauria, "Acoustic damping in langatate as a function of temperature, frequency, and mechanical contact", IEEE Ultrasonics Symposium, pp 961-964, 2002.
- [25] G. Mansfeld, S. Alekseev, I. Kotelyansky, "Bulk acoustic wave attenuation in langatate", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, pp. 268-271, 2001.
- [26] Min Chul Jang, Kyung Joo, Keun Ho Auh, "CMP (Chemical Mechanical Polishing) characteristics of langasite single crystals for SAW filter application", Journal of ceramic processing research, Vol. 1, No. 1, pp 1-8, 2000.
- [27] S. M. Laffey, "Polishing and etching langasite and quartz crystals", in Proc. IEEE Int. Freq. Cont. Symp., pp 245-250, 1994.
- [28] Donald C. Malocha, Hugues François-Saint-Cyr, Kathleen Richardson, Robert Helmbold, "Measurements of LGS, LGN, and LGT thermal coefficients of expansion and density", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol. 49, No. 3, March, 2002.
- [29] Yu. V. Pisarevsky, P. A. Senushencov, P. A. Popov, B. V. Mill, "New strong piezoelectric  $\text{La}_3\text{Ga}_{5.5}\text{Nb}_{0.5}\text{O}_{14}$  with temperature compensation cuts", IEEE International Frequency Control Symposium, pp. 653-656, 1995.
- [30] D. S. Stevens, H. F. Tiersten, "An analysis of doubly rotated quartz resonators utilizing essentially thickness modes with transverse variation", Journal Acoust. Soc. Am., Vol. 79, No. 6, pp. 1811-1826, June, 1986.



- [31] Mitch M. C. Chou, Shen Jen, Bruce H. T. Chai, "Investigation of crystal growth and material constants of ordered langasite structure compounds", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, pp 250-254, 2001.
- [32] Y. Kim, A. Khan, A. Ballato, "Resonance behavior of langanite and langatate plates driven by lateral field excitation", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, pp. 272-277, 2001.
- [33] Y. Kim, "Measurements of doubly-rotated-cuts of langasite isomorph", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, pp. 563-566, 2006.
- [34] D. C. Malocha, M. P. da Cunha, E. Adler, R. C. Smythe, S. Frederick, M. Chou, R. Helmbold, Y. S. Zhou, "Recent measurements of material constants versus temperature for langatate, langanite and langasite", IEEE International Frequency Control Symposium and Exhibition, pp. 200-205, 2000.
- [35] Rinat M. Taziev, "Langasite: what temperature coefficients of material constants are correct ?", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the European Frequency and Time Forum, pp. 835-838, 1999.
- [36] Irina Mateescu, John Kosinski, Robert Pastore, Gary Johnson, Liviu Dumitrache, Lucian Gheorghe, Cristina Bran, "Analysis of LGS resonators using the finite plate technique", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17<sup>th</sup> European Frequency and Time Forum, pp. 742-747, 2003.
- [37] Hirotsugu Ogi, Nobutomo Nakamura, Keiji Sato, Masahiko Hirao, Satoshi Uda, "Elastic, anelastic, and piezoelectric coefficients of langasite: resonance ultrasound spectroscopy with laser-doppler interferometry", IEEE Transactions On Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 50, No. 5, pp. 553-550, May 2003.
- [38] Irina Mateescu, Liviu Dumitrache, Bernard Capelle, Jacques Detaint, Gary johnson, Elena Borca, Constantin Ranea, "Study by X-ray topography of the mass-loading effect on quartz and langasite resonator parameters", IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 957-960, 2002.
- [39] Y. Kim, "Thermal transient effect of Y-cut langanite and langatate", Proceedings of the IEEE Frequency Control Symposium and Exposition, pp 613-616, 2004.
- [40] Irina Mateescu, Jiri Zelenka, Jaroslav Nosek, Gary Johnson, "Frequency-temperature characteristics of the langasite resonators", IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, pp. 263-267, 2001.
- [41] Y. Kim, "Amplitude-frequency effects of Y-cut langanite and langatate", Join Meeting Eur. Freq. Time Forum IEEE Int. Freq. Cont. Symp., pp 631-636, 2003.
- [42] J. Imbaud, S. Galliou, J.P. Romand, P. Abbé and R. Bourquin, "Noise measurements of 10 MHz LGT crystal Oscillators", Proceedings of Joint Meeting European Frequency and Time Forum-IEEE International Frequency Control Symposium, Geneva, Switzerland, pp. 1251-1254, May, 2007.
- [43] J. Imbaud, S. Galliou, J. P. Romand, P. Abbé, R. Bourquin, "Development of a 10 MHz oscillator working with a LGT crystal resonator: preliminary results", IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol. 55, No. 9, pp. 1913-1920, September, 2008.
- [44] R. J. Besson, M. Mourey, S. Galliou, P. Guillemot "Phase noise figurers comparison in transistor amplifiers of different types", European Frequency and Time Forum, pp. 447-451, 5-7 March, 1996.

- [45] S. Galliou, M. Mourey, R. J. Besson, "Comparison of the effects of intermodulation and amplitude to phase conversion in a transistor stage upon the oscillator phase noise", IEEE International Frequency Control Symposium, pp. 172-177, 1998.
- [46] J. Imbaud, S. Galliou and P. Abbé, "Measurement of first langatate oscillators improved by an original simulating method", Proceedings of European Frequency and Time Forum, Toulouse, France, April, 2008.
- [47] J. Traine, J.P. Petit, "Cours et données de base Transferts thermiques Mécanique des fluids anisotherme", Dunod, ISBN 2100023020, 1995.



## Chapitre III : Oscillateur cryogénique



## 1) Introduction

### 1.A) Introduction

Ce projet a pour objectif final la conception et la réalisation d'un oscillateur optimisé capable de fonctionner dans un ensemble cryogénique expérimental. Le but est d'atteindre des performances ultimes. Il est motivé par des résultats déjà atteints exposés dans la bibliographie. A basse températures : un facteur multiplicateur est en effet observé entre le produit facteur de qualité-fréquence ( $Q \times f_0$ ) mesuré à température ambiante ( $\sim 300$  K) et celui mesuré aux températures cryogéniques ( $\sim 3,5$  K) pour le cristal de quartz. Ces résultats ouvrent des perspectives quant à la stabilité ultime que l'on peut attendre d'un oscillateur placé dans ces conditions. Il est imaginable d'obtenir une stabilité relative de fréquence potentiellement meilleure que le  $1 \cdot 10^{-15}$  qui est actuellement régulièrement accessible.

Même si parfois un résonateur qui a un bon facteur de qualité présente des performances en bruit un peu décevantes, la relation entre faible bruit et bon facteur de qualité se vérifie bien en pratique. La mesure du coefficient de qualité  $Q$  (ou des pertes acoustiques  $Q^{-1}$ ) est par conséquent, en elle-même, un bon critère d'évaluation. Les pertes acoustiques dans les cristaux sont un facteur limitant dans les résonateurs métrologiques. Elles ne s'atténuent notablement qu'à très basses températures, très en dessous de celles de l'azote liquide ( $\sim 70$  K), typiquement moins de 10 K.

Aujourd'hui, le matériel de cryogénie a largement évolué. Il permet notamment d'atteindre des températures plus basses pendant des temps plus long. De plus, il y a de très bonnes perspectives d'avenir pour de tels équipements en terme de miniaturisation. Il est donc plus simple, qu'il y a quelques années, de mettre en place un tel environnement expérimental.

C'est un domaine exploratoire très intéressant. En plus d'avoir le potentiel d'augmenter la stabilité ultime atteignable avec des résonateurs à ondes acoustiques, il devient possible d'envisager de mener des études sur les origines du bruit dans les résonateurs et les facteurs limitants propres aux matériaux.

### 1.B) Historique des investigations à basse température sur les résonateurs à onde de volume

Les tentatives d'explications des mécanismes internes dominants qui limitent les performances des oscillateurs sont à l'origine de l'analyse du comportement des résonateurs à basse température. Plusieurs auteurs ont en effet rapporté les résultats de leurs travaux, dès la fin des années 50 [1] [2] [3] [4] [5]. En partant de la température ambiante pour aller vers les températures basses, les pertes acoustiques tendent d'abord à diminuer, puis augmentent en pic autour de 50 K avant de reprendre une décroissance altérée cependant par une nouvelle absorption vers 20 K. La décroissance est surtout marquée au dessous de cette température, à mesure que la température diminue.

L'augmentation des pertes acoustiques à 50 K est attribuée à un phénomène de relaxation [6] dû à la présence d'impuretés  $\text{Na}^+$  de type interstitielle et d'ions  $\text{Al}^{3+}$  se substituant à quelques ions  $\text{Si}^{4+}$  [7] [8]. Celle observée à 20 K serait due à des interactions de l'onde acoustique avec des phonons thermiques [9] [10] [11] [12]. Au dessous de 10 K, la décroissance des pertes acoustiques accuse un sérieux ralentissement [13] pour présenter, selon les auteurs, un palier [14] (dont la valeur dépend du résonateur analysé), voire une légère inversion de pente [15]. Les résultats de G. Mossuz sur les mesures des pertes acoustiques dans un résonateur de coupe AT 5 MHz sont présentés Fig. 1.

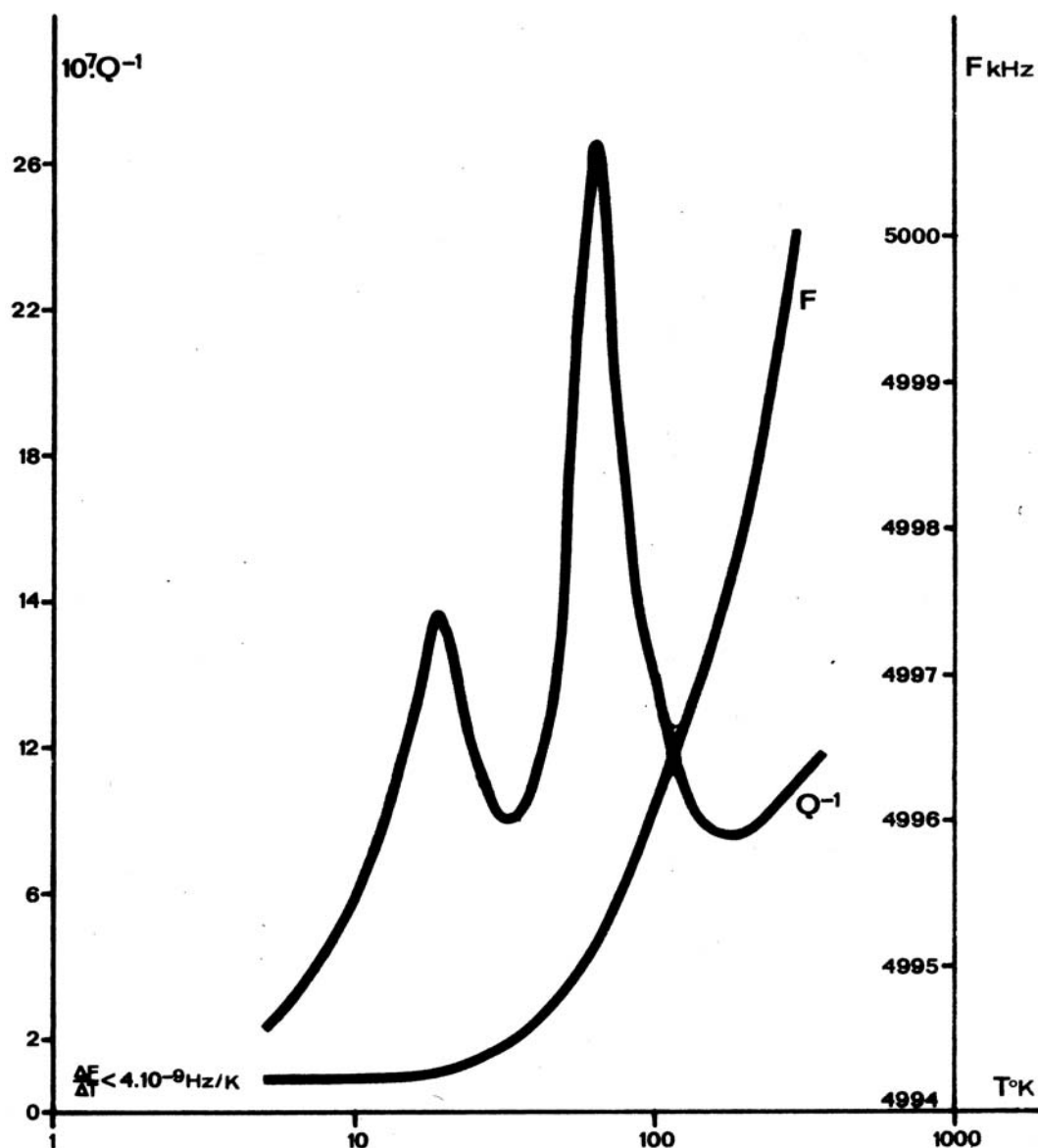


Fig. 1 Pertes acoustiques dans un résonateur quartz de coupe AT fonctionnant sur son patiel 5 à 5 MHz [13].

Dans ce cas, il s'agissait de résonateurs à 5 MHz de qualité qualifiée de « moyenne » : les figures illustrent ces résultats. Ils montrent bien la corrélation possible entre le coefficient de qualité  $Q$  et le bruit du résonateur, en terme de densité spectrale de puissance des fluctuations relatives de fréquence  $S_y(1\text{Hz})$  à 1 Hz de la porteuse (là où le bruit de fréquence en  $1/f$  domine dans un oscillateur), loi en  $S_y(f)$  proportionnel à  $1/Q^4$  selon [16] [17] [18] [19], l'exposant étant arrondi à l'entier le plus proche. Ce point est important : la mesure du coefficient de qualité est en effet beaucoup moins lourde à mettre en œuvre que celle du bruit. Les auteurs attribuent la remontée des pertes acoustiques et du bruit au dessous de 5 K à la couche amorphe de quartz, présente en surface après les divers usinages mécaniques que subit la lame de cristal (sciage, rodage, polissage).

En 1988, J. J. Suter (du Applied Physics Laboratory (APL), Johns Hopkins University) publie les résultats [20] [21] comparés d'un résonateur conventionnel de coupe à double rotation (coupe dite FC) et d'un résonateur à électrodes non adhérentes, de type « BVA » à simple rotation (coupe dite AT) optimisé pour fonctionner à température ambiante. La coupe FC est spécialement conçue pour présenter une compensation en température à 5 K, sans cette compensation, la sensibilité résiduelle de la fréquence relative à la température est typiquement de l'ordre de quelques  $10^{-9} \text{ K}^{-1}$  à 5 K. Ces résultats montrent très clairement que les pertes

acoustiques, entre 1,4 K et 5 K, sont plus importantes dans le résonateur métallisé que dans le résonateur à électrodes non adhérentes. L'hypothèse de la couche amorphe et de ce fait critiquable, puisqu'il n'y a aucune raison qu'un résonateur à électrodes adhérentes ait une couche amorphe plus importante qu'un résonateur de type BVA, comme l'affirme l'auteur.

Les valeurs de coefficients de qualité mesurés tant par M. Planat et J. J. Gagnepain [15] que par J. J. Suter [20], restent très modestes : de l'ordre de quelques  $10^6$ , au mieux. Les auteurs ne précisent pas si ces valeurs correspondent à des coefficients en charge ou à vide. Il est à retenir néanmoins que l'importance de la couche amorphe est indéniable : cette idée est d'ailleurs reprise dans les travaux d'A. El Habti et F. Bastien en 1993 - 1994 [14] [22]. Ils ont par ailleurs révélé une dépendance de  $Q$  en  $1/T^4$  (T : Température) dans les conditions optimales et devant permettre d'atteindre  $100 \times 10^6$  (à 5 MHz) à 4,2 K.

Il semble que le sujet soit resté dans l'état depuis une dizaine d'années. Les difficultés expérimentales liées aux manipulations à la température de l'hélium liquide ont probablement freiné le développement de ces études. Les progrès récents sur les cryogénérateurs compacts offrent de nouvelles perspectives. Le Tab. 1 résume les performances atteintes à ce jour, en considérant toujours que le coefficient de qualité  $Q$  (ou son inverse, les pertes acoustiques  $Q^{-1}$ ) reflète aussi le niveau de bruit du résonateur, à une fréquence  $f_0$  donnée.

A noter que, selon [23], le vieillissement qui se traduit par une dégradation de la stabilité à long terme, disparaît à basse température.

**Tab. 1** Résumé des principaux résultats obtenus, datant pour certains de 30 ans. La dernière colonne permet de comparer des grandeurs à fréquence comparable.

	$Q \times f_0$	R ( $\Omega$ )	$Q \times f_0$	R ( $\Omega$ )	$Q \times f_0$ @ 4K Ramené à 10 MHz
	à 300 K		à 4 K		
Warner [24] 1958	-	-	$5 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^6$ à 4K	-	$5 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^6$
Smagin [25] 1960	$6 \cdot 10^6 \times 1 \cdot 10^6$	-	$120 \cdot 10^6 \times 1 \cdot 10^6$ à 2K	-	$12 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^6$
Gagnepain [12] 1972	-	-	$6,5 \cdot 10^6 \times 5 \cdot 10^6$ à 4K	-	$3,3 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^6$
Mossuz [13] 1975	$2,13 \cdot 10^6 \times 5 \cdot 10^6$ (P5)	67	$7,95 \cdot 10^6 \times 4,994 \cdot 10^6$ à 4K	18,8	$4 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^6$
Robichon [23] 1985	$2,4 \cdot 10^6 \times 5 \cdot 10^6$ (P5)	-	$91 \cdot 10^6 \times 5 \cdot 10^6$ à 4,2K $150 \cdot 10^6 \times 5 \cdot 10^6$ à 1,5K	-	$45 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^6$
El Habti [22] 1993	$2,2 \cdot 10^6 \times 5 \cdot 10^6$ (P3)	74	$50 \cdot 10^6 \times 4,9 \cdot 10^6$ à 4K	-	$25 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^6$
Ces travaux 2007-2008 [26]	$1,2 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^6$ (Mode C, Partiel 3)	95	$125 \cdot 10^6 \times 31 \cdot 10^6$ à 3,5K (Mode A, Partiel 5)	30	$345 \cdot 10^6 \times 10 \cdot 10^6$



## 1.C) Présentation du matériel de manipulation

Cette partie est la présentation du matériel permettant les manipulations. Bien que ce type de matériel soit présent dans l'institut FEMTO-ST, il est utilisé pour les applications à résonateurs diélectriques et donc indisponible. Il a donc fallu mettre en place la totalité de l'équipement. Cette section est consacrée à la présentation de chaque équipement constituant le dispositif expérimental :

- Un compresseur d'hélium F-70H de marque Sumitomo Heavy Industries (SHI) compatible pour une utilisation avec une tête à cycle Gifford-McMahon ou un tube à gaz pulsé (Fig. 2). La consommation électrique de cet appareil est de 6,7 à 7,2 kW. La pression de l'hélium est de l'ordre de 16,5 bars, ce compresseur nécessite d'être constamment refroidi par un circuit d'eau glacée à une température d'environ 15°C. Le schéma du fonctionnement interne est en Fig. 3 (Annexe B : Caractéristiques du compresseur F-70H).

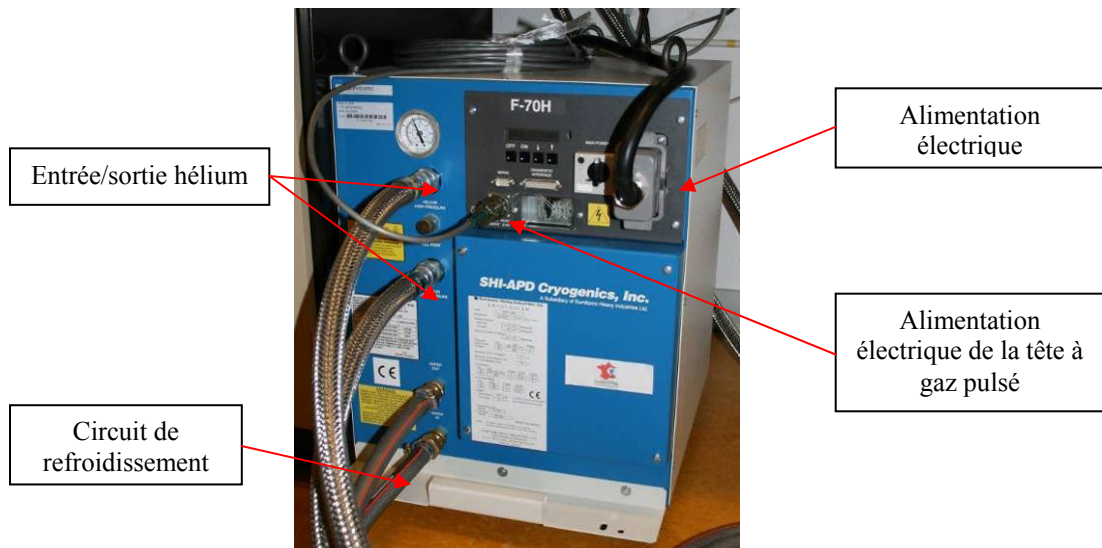


Fig. 2 Compresseur d'hélium.

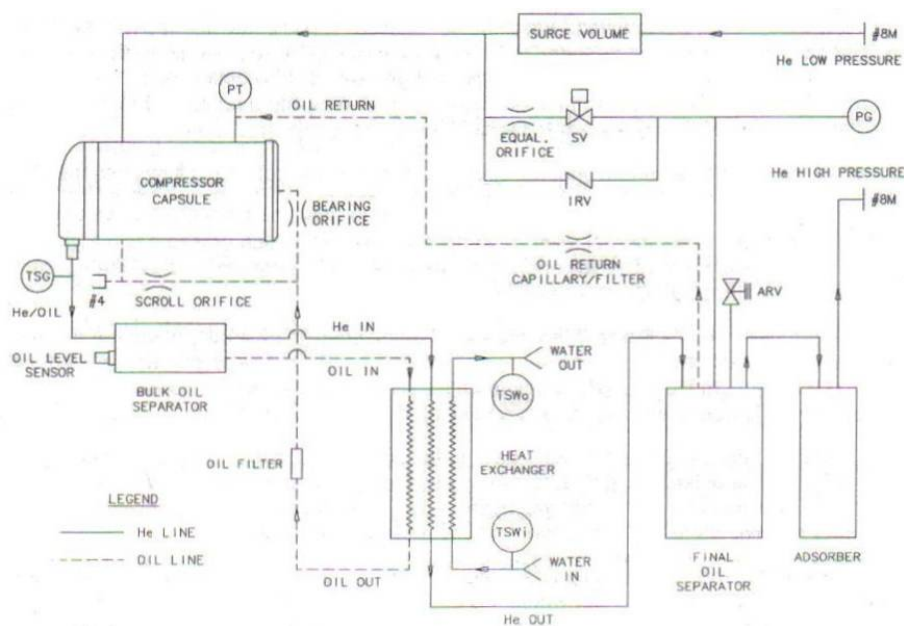
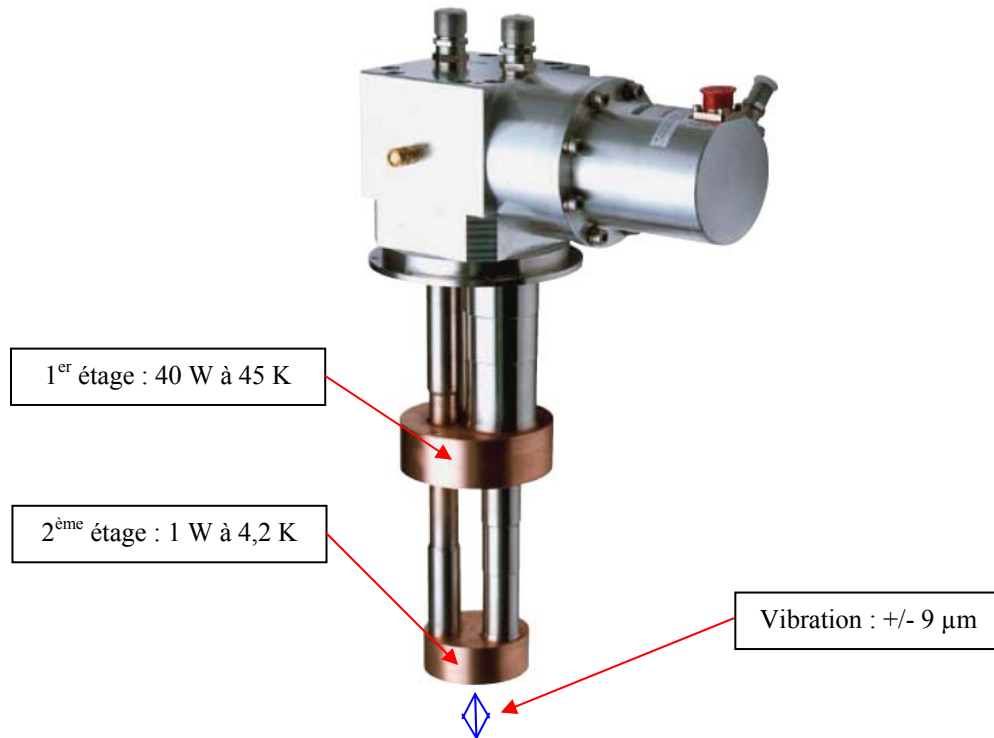


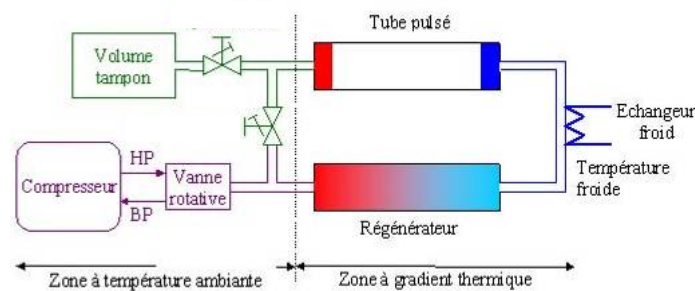
Fig. 3 Schéma de principe du compresseur d'hélium.

Une tête de tube à gaz d'hélium pulsé RP-082A de marque Sumitomo Heavy Industries (SHI) à deux étages (Fig. 4). La pression de l'hélium varie entre 20 et 22 bars à l'intérieur de la tête. Le 1<sup>er</sup> étage a une capacité d'absorption thermique de 40 W à 45 K et le 2<sup>ème</sup> étage de 1 W à 4,2 K. En fonctionnement, l'amplitude de vibration maximum en bout de 2<sup>ème</sup> étage est de +/- 9  $\mu\text{m}$  selon la documentation constructeur. Notons qu'il est possible d'adapter un système en test d'un volume maximum d'environ 1 dm<sup>3</sup> sur une telle tête froide (Annexe C : Caractéristiques de la tête RP-082A).



**Fig. 4** Tête du tube à gaz pulsé à double étage réfrigérant.

Les tubes à gaz pulsé fonctionnent sur un cycle proche du cycle de Stirling [27] (qui engendre des différences de températures à l'aide de variations de pression et vice-versa). Ils fonctionnent avec un fluide sur un cycle fermé, généralement de l'hélium gazeux. Ils nécessitent un compresseur qui engendre des variations de pression et de débit de gaz, un régénérateur qui joue le rôle de stockage thermique, un tube et un système de déphasage permettant d'ajuster les variations de débits et de pression de manière passive. La particularité des tubes à gaz pulsé est d'utiliser un moyen passif : des jeux de vannes pour optimiser les déplacements de gaz et les variations de pressions dans le régénérateur, plutôt qu'un système de piston froid. Le principe est décrit Fig. 5.



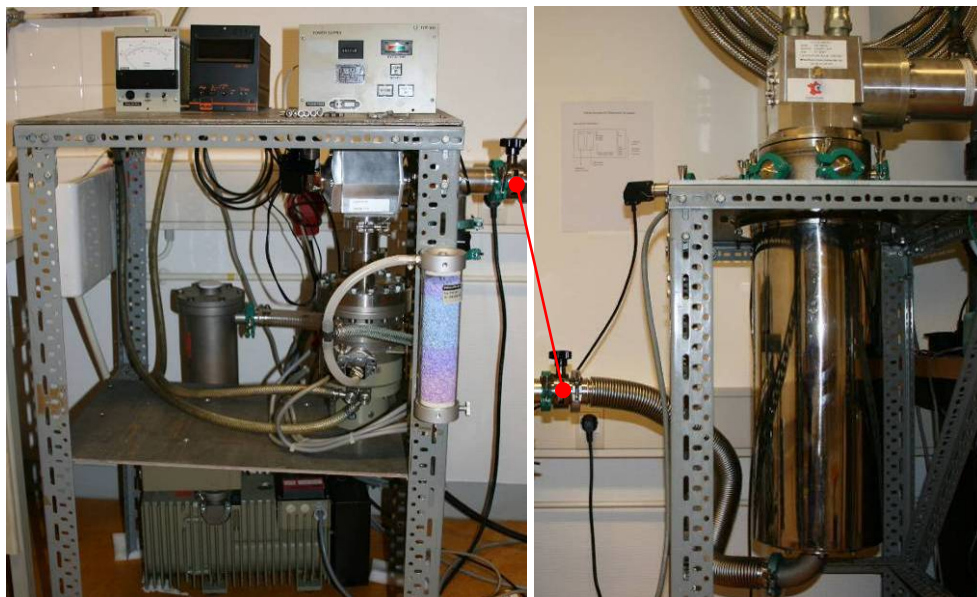
**Fig. 5** Principe d'un tube à pulsation mono étage.

- Un groupe de génération d'eau glacée pour le refroidissement du compresseur, modèle Oreade9 de marque Filtres Monnet (Fig. 6). Cet appareil a une puissance frigorifique de 8,8 kW.



**Fig. 6** Groupe de génération d'eau glacée.

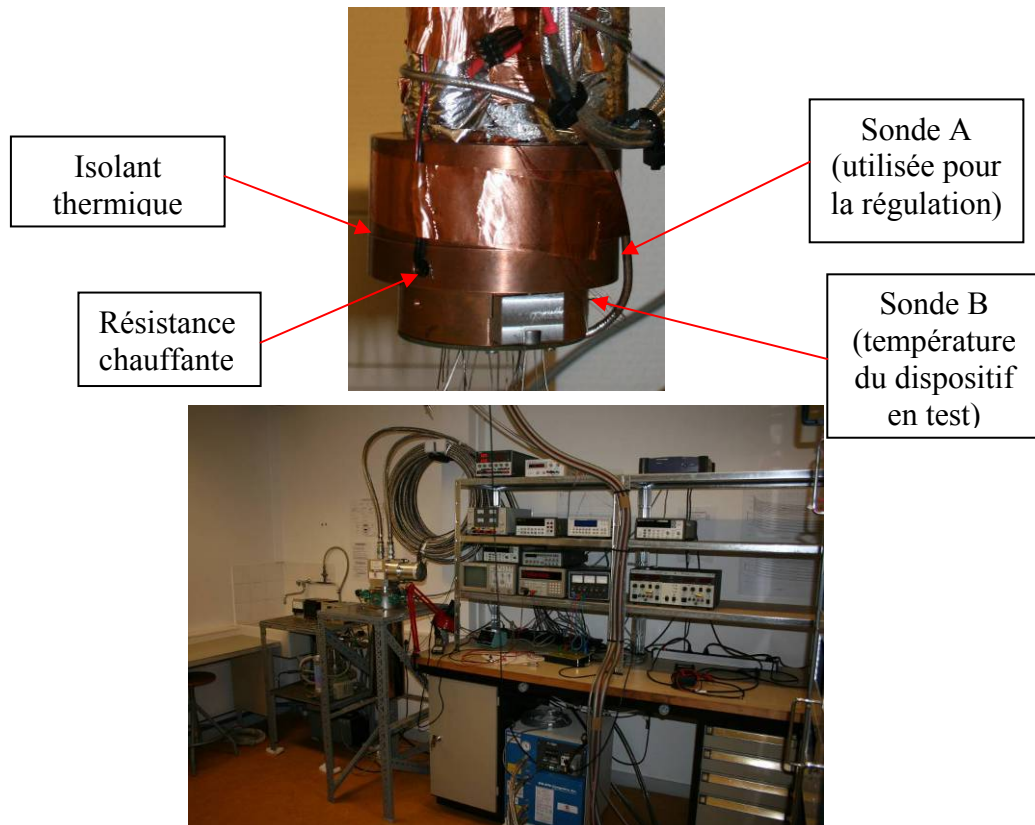
- Un ensemble de pompes à vide primaire et secondaire ainsi que leurs jauges associées. Une vanne de sécurité pour isoler l'enceinte à vide en cas de coupure électrique. Toute la mécanique de l'enceinte étanche qui entoure la partie réfrigérante de la tête du tube à gaz pulsé. Le tout en image sur la Fig. 7.



**Fig. 7** Vue de la partie enceinte et pompe à vide essentielle au fonctionnement du cryogénérateur.

- Un régulateur de température de marque LakeShore modèle 332 équipé d'une sonde de température à résistance germanium calibrée de 4 K à 300 K (sonde A, Fig. 8) et d'une autre sonde à résistance cernox fonctionnant en dessous de 80 K (sonde B), calibrée contre la première sonde. Ce régulateur permet d'asservir une température sur une des deux sondes à l'aide d'une résistance chauffante placée en bout de tête du tube à gaz pulsé. Cette résistance chauffante permet de dissiper une puissance maximale de 25 W. Elle est insérée dans un bloc de cuivre sans oxygène avec la sonde A, et régule la température de cette pièce mécanique. Elle peut être en contact avec la tête par

l'intermédiaire d'un isolant thermique utilisé pour amortir les variations de température. La Fig. 8 montre une vue d'ensemble du banc de mesure complet.



**Fig. 8** Vue générale de l'ensemble des appareils de mesure de la manipulation.



## 2) Mesure des résonateurs

### 2.A) Méthode des mesures des résonateurs

L'impédance du résonateur est simplement mesurée par un analyseur de réseau 100kHz-500MHz HP 4195A. Il est référencé sur un oscillateur ultra-stable et équipé de son adaptateur de mesure d'impédance utilisé à la fois comme une source de fréquence et comme détecteur.

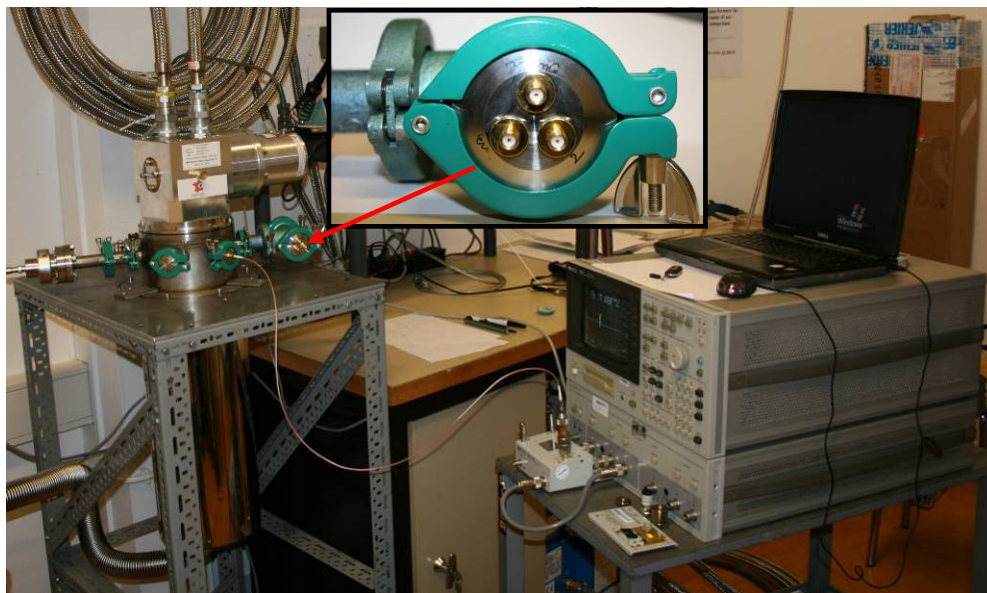
Cette méthode de mesure a été préférée à l'utilisation d'un classique réseau en  $\pi$ , en raison du changement de la résistance motionnelle du résonateur avec la température. Dans ce cas, l'impédance de charge devient inadaptée pour les mesures avec un réseau en  $\pi$ .

Une résolution de fréquence de 1 mHz est disponible. La puissance minimale du signal source est de -50 dBm. Le résonateur testé est alimenté par des câbles assez longs dont les effets doivent être compensés. C'est pourquoi, trois câbles identiques d'étalonnage sont respectivement chargés par le classique circuit ouvert, court-circuit et résistance de 50 Ohms. Cette étape est nécessaire pour l'étalonnage.

Une fois l'étalonnage terminé, l'impédance et la phase aux bornes du résonateur sont mesurées et les paramètres motionnels en sont extraits. La Fig. 9 montre l'ensemble de mesure. Les données sont enregistrées par un ordinateur via le port GPIB grâce à un ensemble de programmes Labview développés à cette occasion. Une vue agrandie des connecteurs de charges étalons utilisées pour compenser l'effet du câble de liaison est visible Fig. 9.

Cette méthode est fastidieuse, car il faut connecter/déconnecter manuellement le câble de liaison, cas fréquent puisqu'à chaque changement de plage de fréquence de l'analyseur, il est indispensable de recalibrer celui-ci de nouveau.

De plus, l'inertie thermique de l'ensemble est importante, pour une descente en température et une régulation, il faut attendre approximativement 3 heures. Pour revenir à la température ambiante, condition nécessaire à toutes modifications du montage en bout de tête, il faut attendre 12 h. Il faut donc pouvoir caractériser plusieurs résonateurs à la fois !



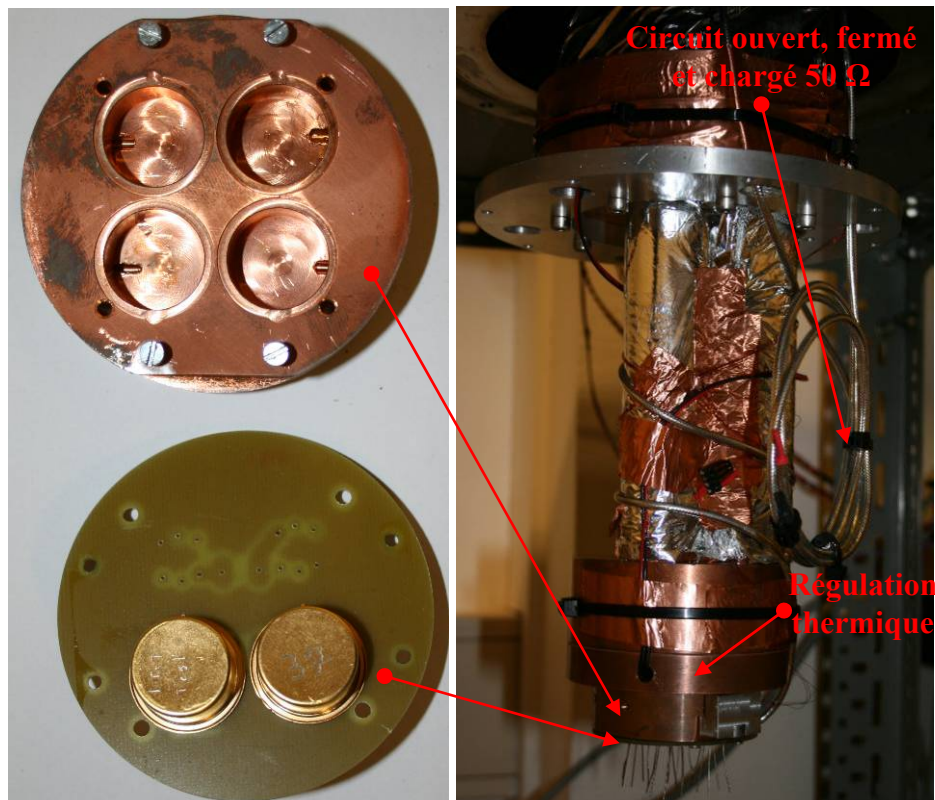
**Fig. 9** L'analyseur de réseaux HP4195A équipé de l'adaptateur pour le test d'impédances (HP41951-61001).  
Vue agrandie du connecteur utilisé pour la calibration de l'analyseur.

Les câbles coaxiaux utilisés sont de type semi-rigide de diamètre 3,52 mm à isolant PTFE avec une âme de diamètre 1 mm. Une caractérisation des câbles a été effectuée à deux températures différentes : aux alentours de 4 K et aux alentours de 50 K (ce qui correspond à la température de chaque étage du tube à gaz pulsé). Aucune différence significative de leurs caractéristiques n'a pu être relevée entre ces deux températures. Il est donc possible de considérer comme étant suffisant de thermostatier l'ensemble des coaxiaux (au nombre de 3) au niveau du premier étage de la tête.

Cette approximation nous a permis de réduire les pertes thermiques par conduction et donc de pouvoir descendre à des températures plus basses. Ainsi, pour un montage à 4 résonateurs avec 7 câbles coaxiaux (un par résonateur et trois pour la compensation fixés au second étage du tube) la température minimale était de 11 K, alors qu'avec un montage à 2 résonateurs avec 2 câbles coaxiaux (un par résonateur et les trois de calibration simplement fixés au premier étage du tube à gaz pulsé) la température atteignable passe à 3,3 K. Pour obtenir les performances optimales en terme de température minimale, il faut impérativement prendre garde au nombre de câbles thermostatés au niveau du second étage du tube à gaz pulsé.

La charge étalon de 50  $\Omega$  ne varie pas de façon excessive avec la température : à température ambiante la mesure à l'ohmmètre en bout de câble donne 50,3  $\Omega$  et à 10 K elle donne 52  $\Omega$ .

Le montage de mesure des résonateurs (Fig. 10) est conçu pour accueillir des boîtiers du type HC40, les pièces sont fabriquées en cuivre sans oxygène. Ce montage est fixé sur le régulateur thermique en bout de tête.

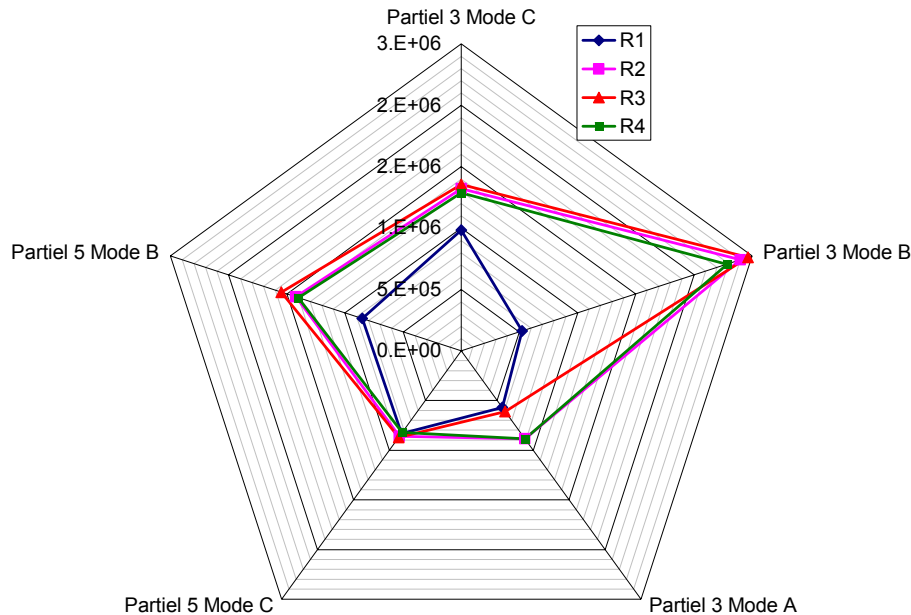


**Fig. 10** A gauche : détail du montage de mesure des résonateurs, à droite : vue de l'agencement des coaxiaux de calibration et de la fixation du montage de mesure sur le tube à gaz pulsé.

## 2.B) Résonateurs à quartz de coupe SC

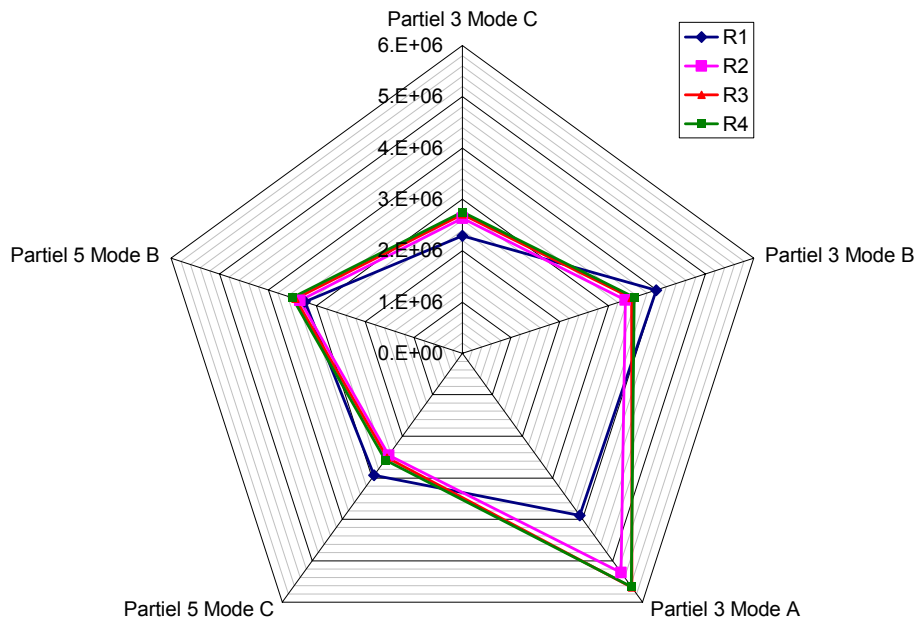
Les résonateurs (à quartz) testés ont des coefficients de qualité typiquement supérieurs à  $1 \cdot 10^6$  à 10 MHz (soit un produit  $Q \times f_0$  supérieur à  $10^{13}$ ) aux températures ordinaires. Il s'agit de résonateurs standard optimisés pour fonctionner sur le partiel 3 du mode métrologique de cisaillement d'épaisseur (mode transverse appelé mode C), montés en structure BVA [28] [29], spécialité du département. Ils ont été excités de manière dite passive à l'aide d'un analyseur de réseaux, principe identique à celui des précédents travaux, la méthode est décrite section 2.A). Après quelques essais plus qu'encourageants, l'exploration des différents modes de résonance a très rapidement été élargie et la température de fonctionnement abaissée au mieux.

Les quatre résonateurs dédiés à ce test ont été triés, seuls les deux meilleurs ont été utilisés pour une caractérisation plus fine. Ce sont ces deux derniers qui feront l'objet d'une utilisation en oscillateur. Ces résultats sont présentés Fig. 12 et Fig. 11. La température est contrôlée puis régulée par le système LakeShore, la précision de régulation est meilleure que  $\pm 0,1$  K.



**Fig. 11** Graphique de sélection des résonateurs par la mesure de  $Q$  à la température de 291 K.

Contrairement à la température ambiante (291 K) où le partiel 3 du mode B a le plus fort coefficient de qualité, à température cryogénique (11 K) le coefficient de qualité du partiel 3 du mode A devient le meilleur. Des deux figures de sélection, le choix se porte sur les résonateurs R3 et R4. Ils semblent présenter les meilleures caractéristiques en terme de  $Q$ . Le Tab. 2 présente les comparaisons du gain en terme de facteur de qualité pour chaque résonateur.



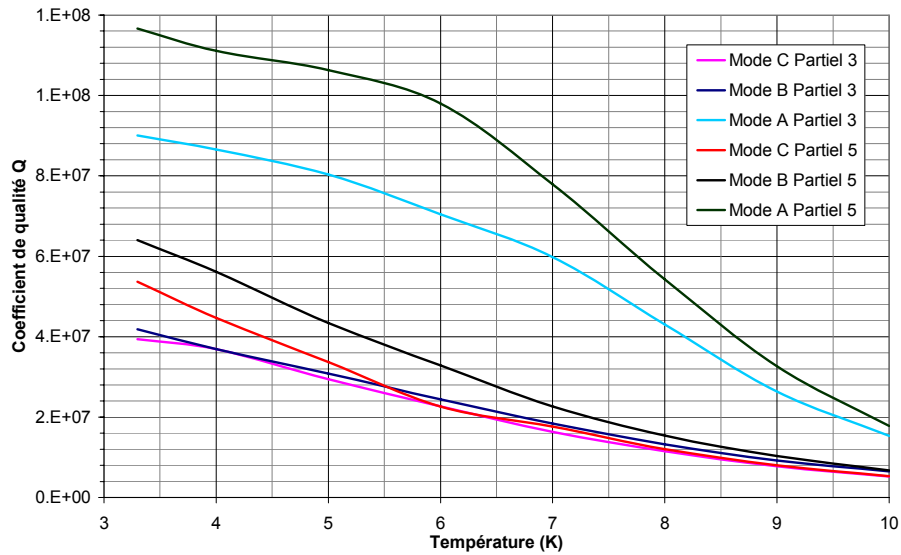
**Fig. 12** Graphique de sélection des résonateurs par la mesure de Q à la température de 11 K.

**Tab. 2** Résumé des résultats de mesure à 291 K et à 11 K, pour une série de 4 résonateurs BVA [28] [29] de coupe SC.

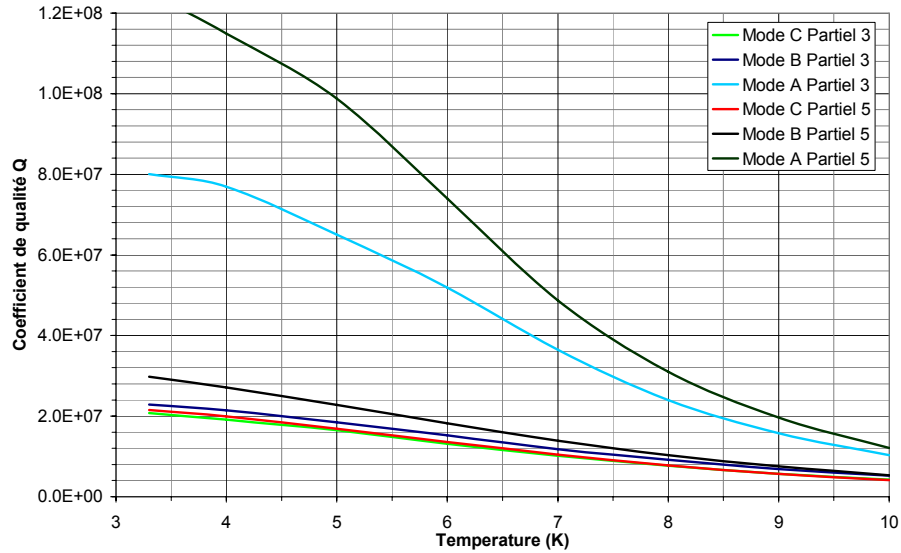
	Partiel 3 Mode C		Partiel 3 Mode B		Partiel 3 Mode A		Partiel 5 Mode C		Partiel 5 Mode B	
Fréquence	9,98 MHz		10,98 MHz		18,77 MHz		16,60 MHz		18,38 MHz	
Q en $10^6$ à	291 K	11 K	291 K	11 K	291 K	11 K	291 K	11 K	291 K	11 K
R1	0,98	2,28	0,52	3,98	0,57	3,90	0,83	3,90	0,85	3,24
R2	1,32	2,63	2,40	3,35	0,89	5,28	0,86	5,28	1,42	3,34
R3	1,35	2,71	2,46	3,48	0,61	5,64	0,87	5,64	1,55	3,43
R4	1,29	2,75	2,28	3,53	0,89	5,62	0,82	5,62	1,40	3,50
(Q à 11 K) / (Q à 291 K)										
R1	2,33		7.60*		6,87		3,53		3,80	
R2	1,99		1,40		5,95		2,85		2,35	
R3	2,00		1,41		9,25		2,90		2,22	
R4	2,14		1,54		6,34		3,13		2,50	
Valeur moyenne du rapport des Q	2,11		2,99 (1,45 sans *)		7,11		3,10		2,72	

Pour la suite des mesures, le montage en bout de tube à gaz pulsé a été simplifié pour réduire les pertes thermiques et donc permettre la descente à une température plus basse d'environ 3,3 K. Les Fig. 13 et Fig. 14 présentent la mesure du coefficient de qualité des résonateurs sélectionnés. Il a été jugé intéressant d'aller plus loin dans l'investigation sur le mode A. C'est à cette occasion qu'un coefficient de qualité (record) de 125 millions a pu être mesuré à 31 MHz sur le partiel 5 du mode A, quasi-longitudinal, le tout à une température de 3,3 K. Ceci représente un gain de plus de 300 sur le produit  $Q \times f_0$  ( $3,9 \cdot 10^{15}$ ) par rapport à la température ambiante. Résultat qui est en rupture complète avec les résultats déjà publiés (voir Tab. 1 section 1.B)). Pour R3, un changement de pente sur les modes A en dessous de 6 K est remarqué.





**Fig. 13** Mesure du coefficient de qualité  $Q$  en fonction de la température pour le résonateur R3 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.



**Fig. 14** Mesure du coefficient de qualité  $Q$  en fonction de la température pour le résonateur R4 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

Aux très basses températures, l'amortissement des ondes acoustiques est due à l'interaction de celles-ci avec des phonons thermiques comme le suggère la théorie de Landau-Rumer [30]. Elle prédit que le facteur de qualité varie proportionnellement à  $T^{-4}$ . Mais ce résultat n'est valable que si l'amortissement est seulement dû au cristal constituant le résonateur. Ici, c'est au dessus de 6 K que la dépendance du  $Q$  en  $1/T^4$  se vérifie. En pratique, le coefficient de qualité peut être limité par des diffractions acoustiques causées par l'état de surface du résonateur. Un autre élément pouvant agir sur le  $Q$  est bien évidemment l'amortissement de la vibration dans la structure de maintien du résonateur (au bord du disque). Le Tab. 3 donne les rapports d'amplitudes de vibration du bord du résonateur sur celles du centre. Les calculs ont été faits en utilisant le modèle de Stevens et Tiersten [31] pour un résonateur plan-convexe. Les résonateurs utilisés ici ont une épaisseur au centre de 0,54 mm, un rayon de courbure de 230 mm et un diamètre de partie active de 10,2 mm.

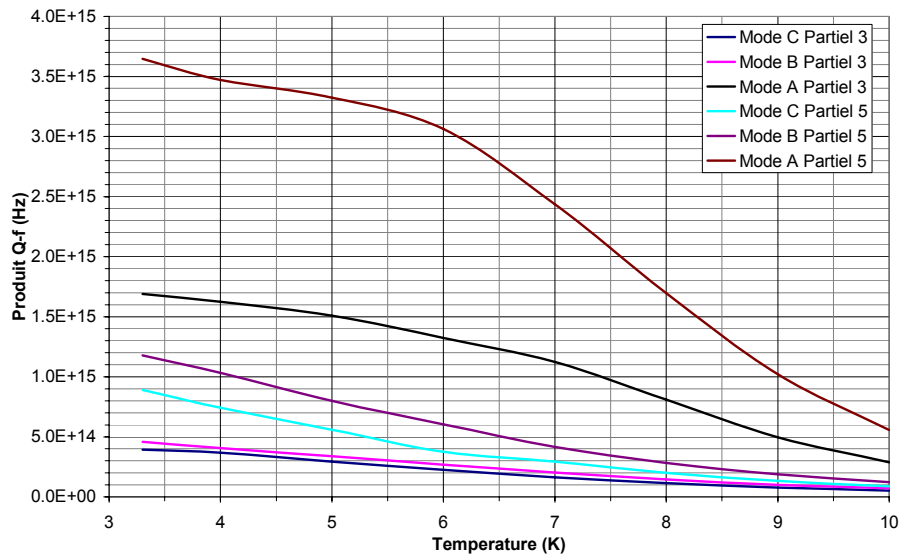
**Tab. 3** Amplitudes relatives de vibration au bord du résonateur calculées pour les trois modes.

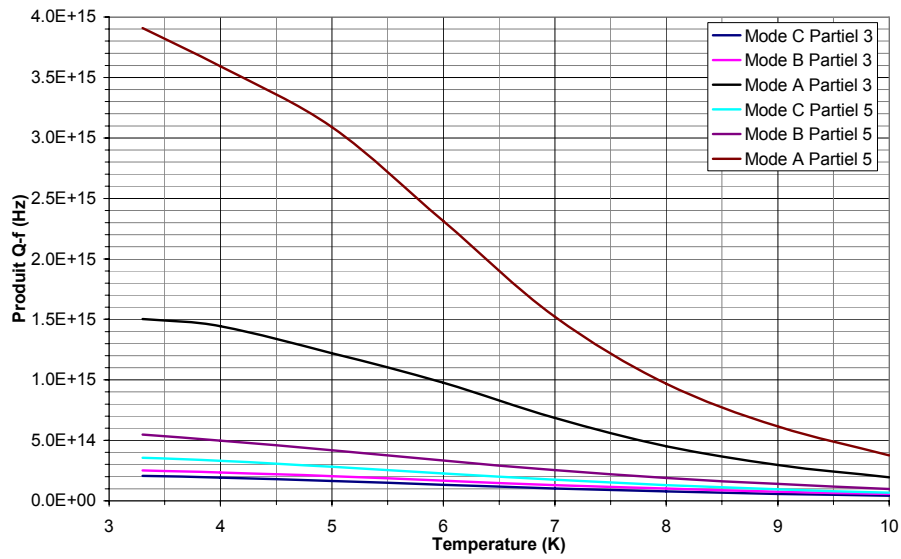
Partiel	Mode A	Mode B	Mode C
3	$1 \cdot 10^{-14}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-7}$
5	$3 \cdot 10^{-21}$	$7 \cdot 10^{-12}$	$2 \cdot 10^{-10}$

Quand les calculs du Tab. 3 sont comparés avec les mesures de facteur de qualité à 3,3 K (Fig. 13 et Fig. 14) :

Le mode le mieux piégé (partiel 5 du mode A) est celui qui a le produit  $Q \times f$  le plus élevé. A l'inverse, le moins bien piégé (partiel 3 du mode C) est celui qui a le produit  $Q \times f$  le plus faible. Ce qui signifie qu'il est tout à fait possible que le  $Q$  de nos résonateurs à basse température soit limité par des pertes acoustiques dans la structure de maintien (et pas seulement par la physique du matériau utilisé). Il ne serait donc pas exclu de faire encore mieux en terme de  $Q$  en développant une géométrie spécifique de résonateur pour une utilisation en cryogénie.

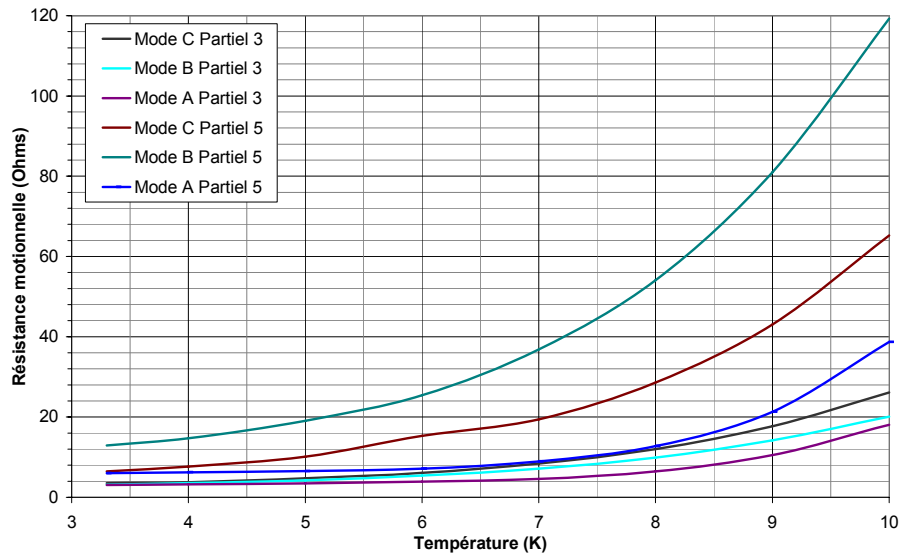
Les Fig. 15 et Fig. 16 présentent la variation du produit  $Q \times f$  en fonction de la température. Le produit le plus élevé est là aussi obtenu sur le partiel 5 du mode A pour les deux résonateurs, la plus grande valeur est  $3,9 \cdot 10^{15}$  à une température de 3,3 K.


**Fig. 15** Mesure du produit  $Q \times f$  en fonction de la température pour le résonateur R3 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

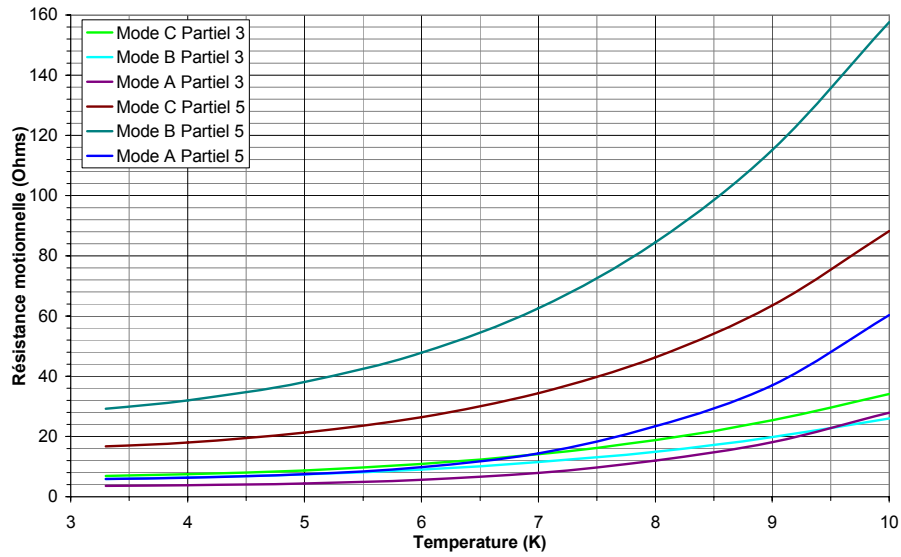


**Fig. 16** Mesure du produit  $Q \times f$  en fonction de la température pour le résonateur R4 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

Les Fig. 17 et Fig. 18 décrivent les variations des résistances motionnelles des deux résonateurs. Aux températures les plus basses, les valeurs de celles-ci semblent tendre vers une constante non-nulle. Il est observé que les faibles valeurs de résistances ont le même ordre de grandeur. Pour les résistances des modes B et C partiel 5, il existe presque un facteur 2 entre les deux résonateurs pour les faibles valeurs de température. Ce qui implique que les pertes acoustiques que représente cette résistance peuvent varier de façon significative d'un résonateur à l'autre.

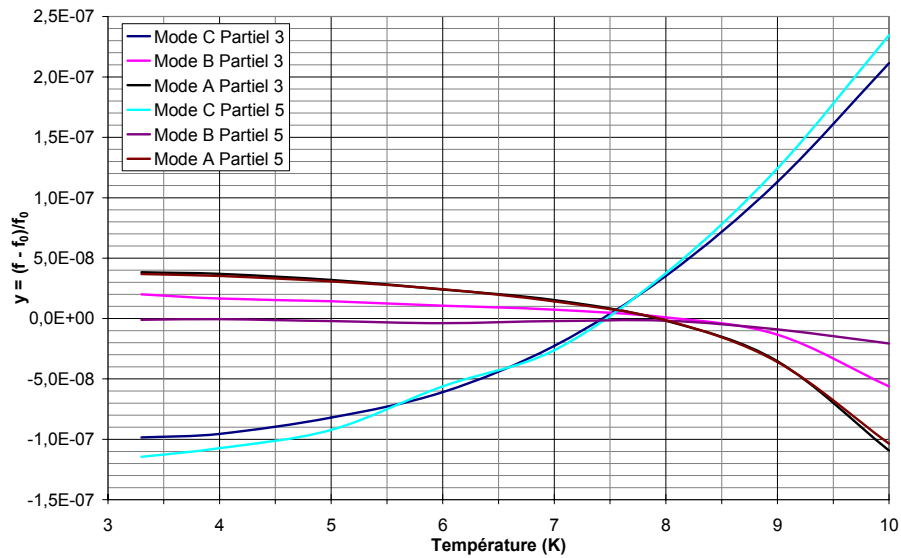


**Fig. 17** Mesure de la résistance motionnelle en fonction de la température pour le résonateur R3 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

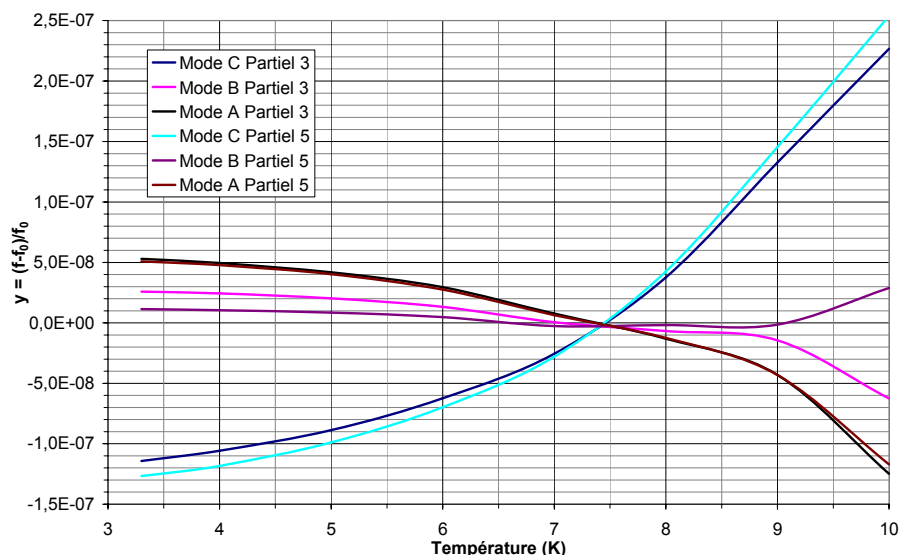


**Fig. 18** Mesure de la résistance motionnelle en fonction de la température pour le résonateur R4 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

Les Fig. 19 et Fig. 20 présentent les variations relatives de fréquence des deux résonateurs aux basses températures. Il faut noter que le mode C a un coefficient positif (fréquence qui augmente avec la température) et que les modes A et B ont des coefficients de température négatifs.

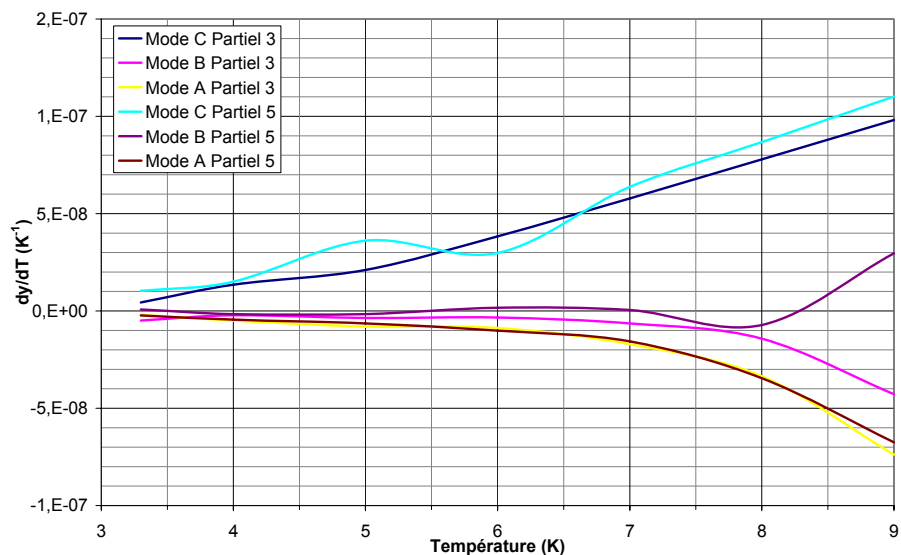


**Fig. 19** Mesure des variations relatives de fréquence  $y$  en fonction de la température pour le résonateur R3 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

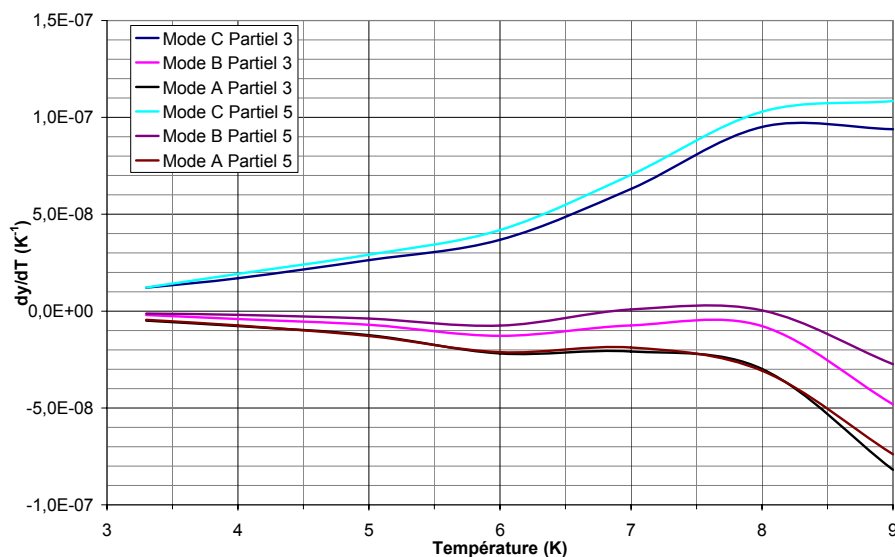


**Fig. 20** Mesure des variations relatives de fréquence  $y$  en fonction de la température pour le résonateur R4 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

Les Fig. 21 et Fig. 22 reprennent les sensibilités thermiques déduites des deux précédentes figures. Il semble que pour les deux résonateurs, les sensibilités convergent vers une constante quasi-nulle aux températures inférieures à 4 K. Il sera donc judicieux de travailler à la plus basse température possible pour profiter d'une sensibilité thermique minimale. Globalement la sensibilité thermique est de l'ordre de quelques  $10^{-9} K^{-1}$  à 3,3 K pour les deux résonateurs. Pour R3, le mode A présente la meilleure sensibilité thermique et pour R4 c'est le mode B. Le mode C apparait comme étant le moins favorable dans les deux cas, contrairement à la température ambiante.

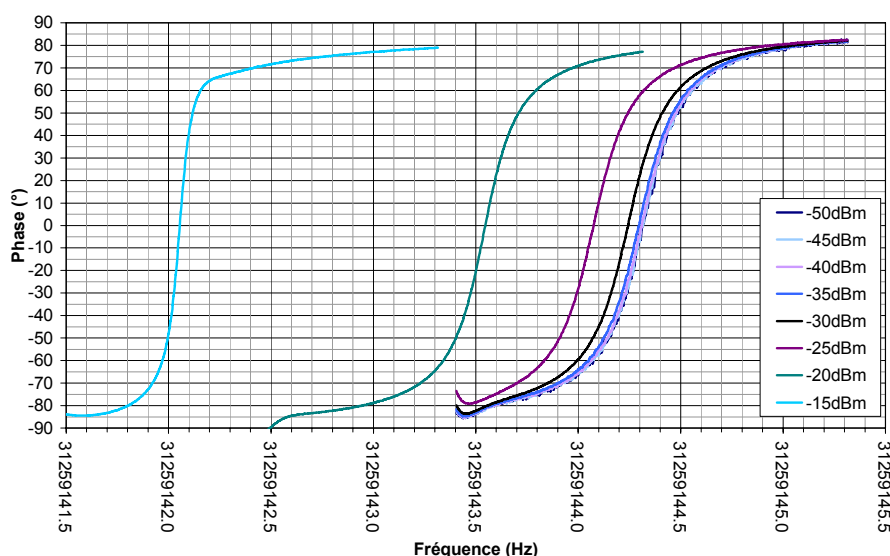


**Fig. 21** Sensibilité thermique du résonateur R3 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.



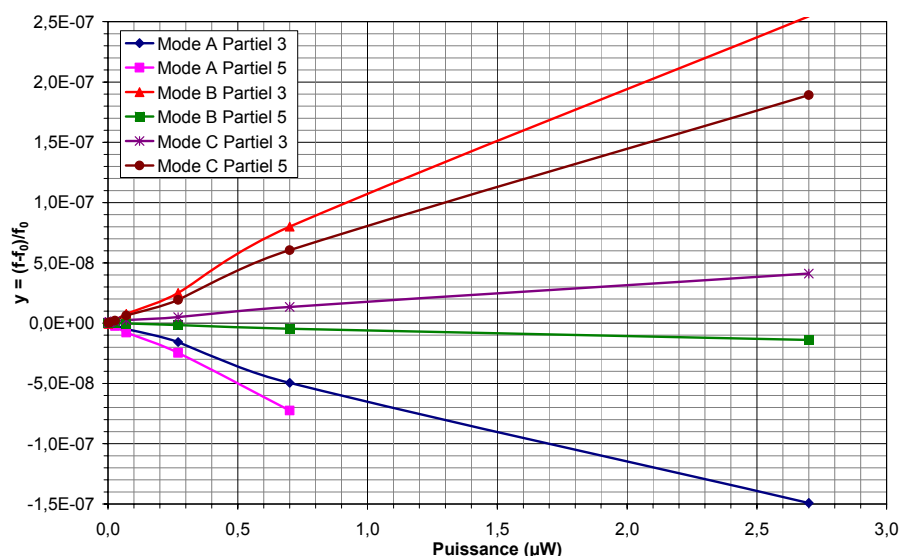
**Fig. 22** Sensibilité thermique du résonateur R4 sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

La Fig. 23 présente la méthode de mesure de la sensibilité à la puissance d'excitation du résonateur R3. La phase aux bornes du résonateur a été mesurée à l'aide d'un analyseur de réseaux équipé d'un kit de test d'impédances. Pour différentes puissances d'excitations, la valeur de la fréquence au passage par zéro de la phase est relevée. A noter que les puissances réelles dissipées dans le résonateur ont été déduites par étalonnage à partir de mesures de la puissance réellement fournie par l'analyseur dans des résistances de valeurs identiques aux résistances motionnelles du résonateur.



**Fig. 23** Exemple de mesure de la phase à différentes puissances d'excitations pour le mode A du partiel 5 du résonateur R3.

La Fig. 24 présente les résultats de sensibilité du résonateur R3 à la puissance d'excitation. Il semble qu'il existe un facteur 10 entre la sensibilité à la puissance d'excitation à température ambiante (typiquement  $1,2 \cdot 10^{-9} \mu W^{-1}$  pour le mode C en partiel 3 d'une coupe SC) et la valeur à température cryogénique (Tab. 3) de l'ordre de  $1,5 \cdot 10^{-8} \mu W^{-1}$ . Ces valeurs de sensibilité montrent qu'il faudra veiller à travailler à une puissance d'excitation plus faible qu'à température ambiante.



**Fig. 24** Sensibilité de la fréquence relative  $y$  à la puissance d'excitation à la température de 3,5 K du résonateur R3.

**Tab. 4** Résumé des sensibilités à la puissance d'excitation pour R3. Les valeurs sont exprimées en  $\mu\text{W}^{-1}$ .

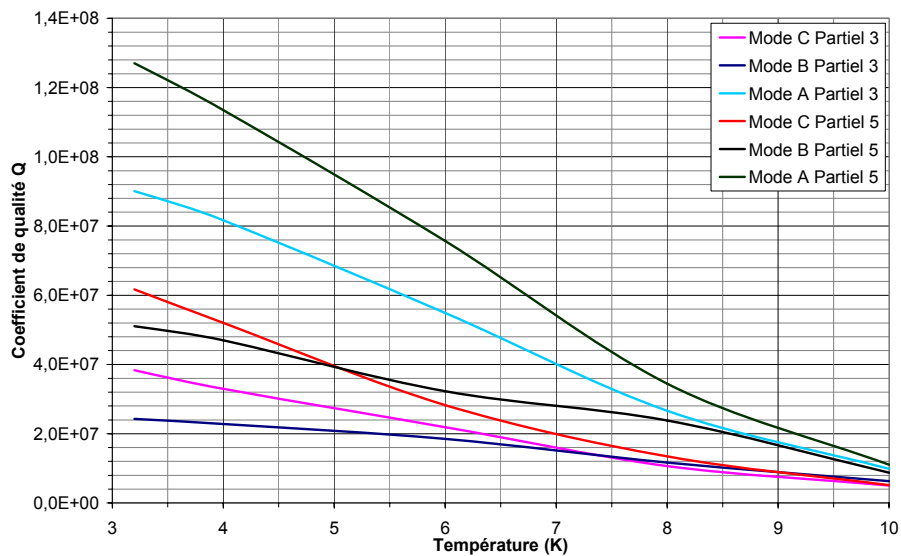
Partiel	Mode A	Mode B	Mode C
3	$-5,56 \cdot 10^{-8}$	$9,48 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{-8}$
5	$-1 \cdot 10^{-7}$	$-5,19 \cdot 10^{-9}$	$7 \cdot 10^{-8}$

Ces résultats préliminaires sont assez extraordinaires [26] [32] : un facteur de qualité de 125 millions à 31 MHz est atteint à une température de 3,3 K. C'est-à-dire un gain de 300 par rapport à la valeur du produit  $Q \times f$  à la température ambiante. Ces résultats méritent d'être analysés plus précisément, de façon à trouver des explications physiques aux phénomènes observés, ce qui malheureusement n'a pu être fait dans le cadre de ces travaux, faute de temps. Mais les faits sont là, le mode A est bien meilleur que le mode C à 3,2 K, ce qui reste assez inattendu. Il n'est pas à exclure que ces résultats puissent être encore plus extraordinaires si les résonateurs à cristal de quartz sont optimisés (piégeage, géométrie, ...) pour un fonctionnement à température cryogénique.

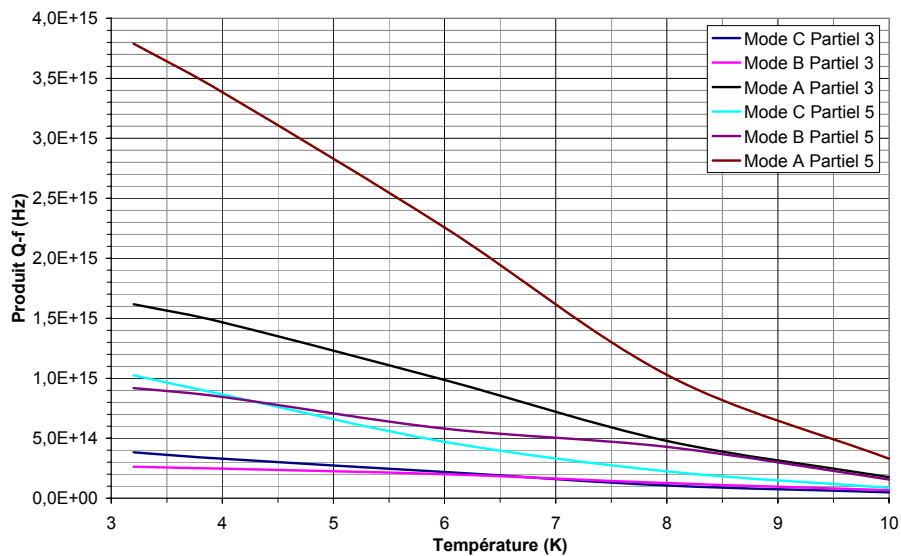
Un oscillateur (où le résonateur est alors excité par un circuit électronique d'entretien) qui présenterait une stabilité de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-13}$  à température ambiante, pourrait ainsi potentiellement atteindre des stabilités relatives de fréquence de l'ordre de  $1 \cdot 10^{-15}$  (valeurs encore jamais atteintes à ce jour dans le domaine du court terme), si la stabilité est effectivement liée à la valeur du coefficient de qualité. En d'autres termes, il n'apparaît plus illusoire de passer dans la zone des stabilités relatives de fréquence de  $10^{-15}$  avec des résonateurs acoustiques à ondes de volume refroidis à des températures inférieures à celles de l'hélium liquide (4,2 K).

## 2.C) Résonateurs à quartz de coupe LD

Tout comme pour les résonateurs de coupe SC, deux résonateurs de coupe LD ont été testés. Leurs paramètres et performances étant sensiblement identiques, nous avons choisi de n'en caractériser qu'un seul : R10. La manière de procéder reste la même que précédemment. Comme le montre la Fig. 25, le coefficient de qualité optimal ( $127 \cdot 10^6$ ) est aussi obtenu sur le partiel 5 du mode A. L'ordre de grandeur est le même que pour la coupe SC. Par contre, la cassure de pente visible aux alentours de 6 K sur la coupe SC est moins visible dans ce cas. La Fig. 26 présente le produit  $Q \times f$  du résonateur de coupe LD.



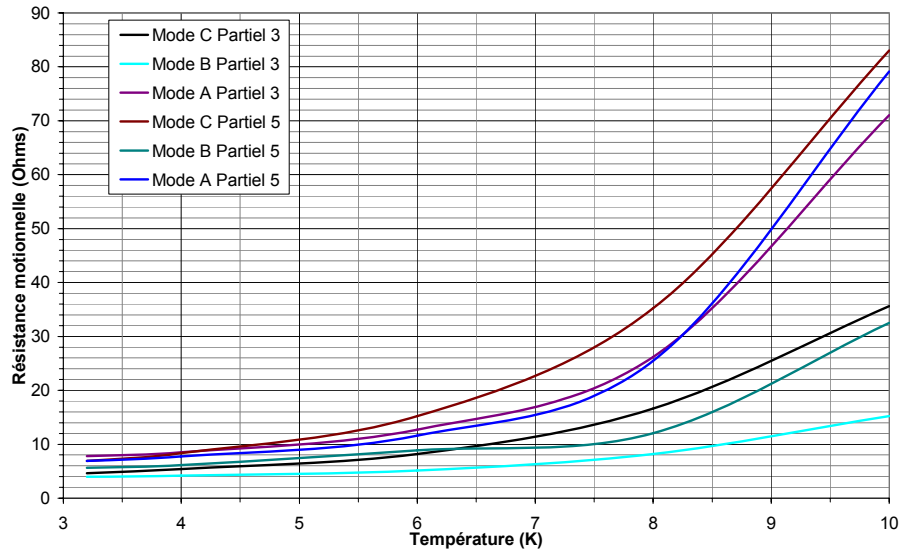
**Fig. 25** Mesure du coefficient de qualité  $Q$  en fonction de la température sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.



**Fig. 26** Mesure du produit  $Q \times f$  en fonction de la température sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

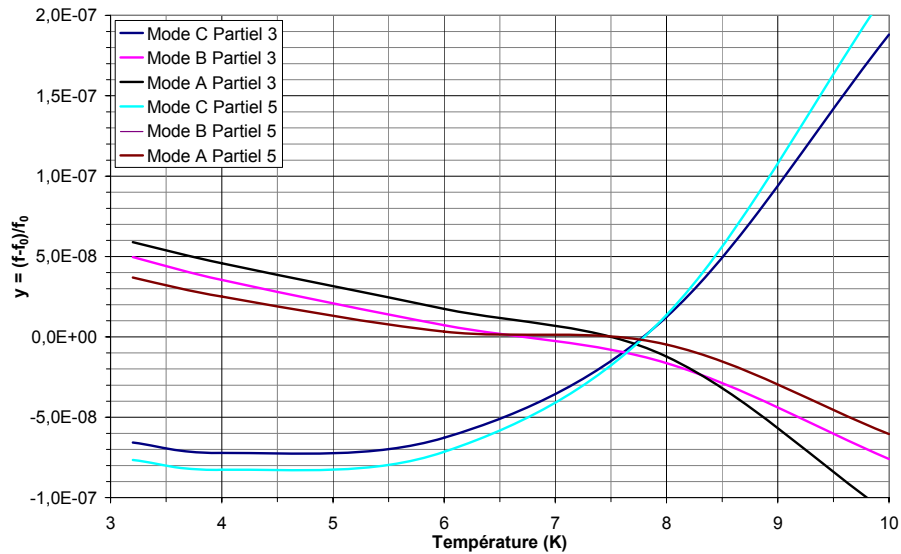
La Fig. 27 présente la résistance motionnelle du résonateur en fonction de la température, et tout comme la coupe SC, les différents modes convergent vers une valeur constante de résistance, en-dessous de 4 K.





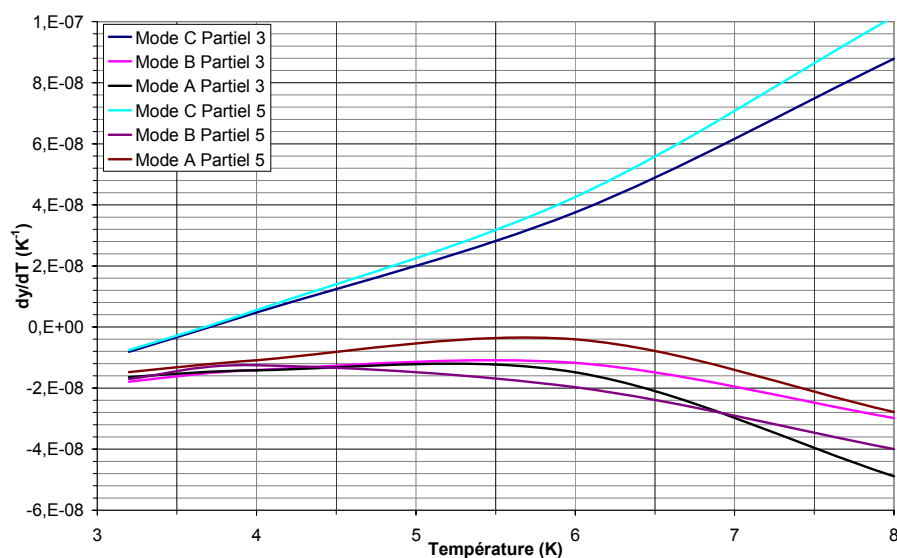
**Fig. 27** Mesure de la résistance motionnelle en fonction de la température sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

La Fig. 28 montre que pour la coupe LD (comme pour la coupe SC) le mode C est à coefficient positif et les modes A et B à coefficient négatif.



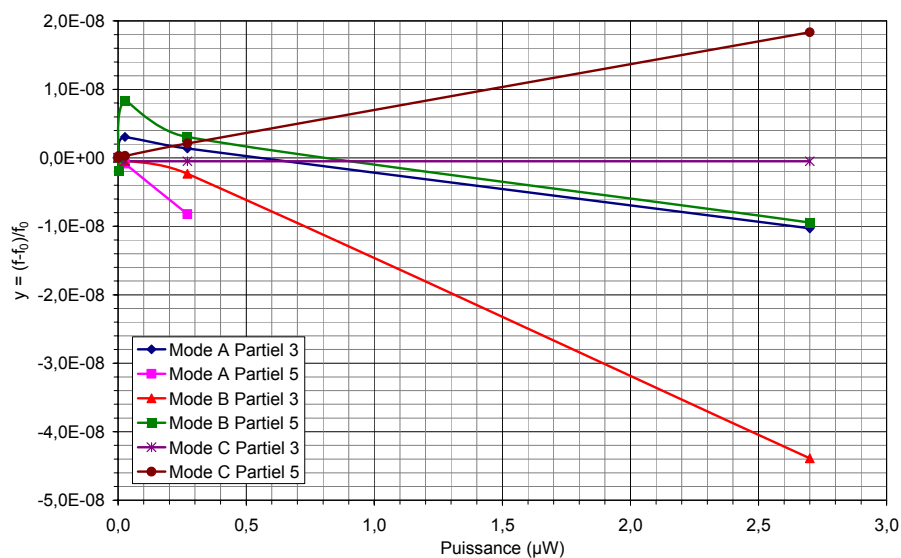
**Fig. 28** Mesure des variations relatives de fréquence  $y$  en fonction de la température sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

La Fig. 29 expose la sensibilité thermique du résonateur. Contrairement à la température ambiante, ici ce sont les modes A et B qui sont les moins sensibles par rapport au mode C. La sensibilité maximum est supérieure à celle de la coupe SC. Elle est de l'ordre de quelques  $10^{-8} K^{-1}$ .



**Fig. 29** Sensibilité thermique du résonateur sur les partiels 3 et 5 et les modes A, B et C.

La Fig. 30 et le Tab. 5 présentent les résultats de la sensibilité de la fréquence à la puissance d'excitation pour un résonateur de coupe LD à la température de 3,5 K. La méthode de mesure est la même que pour la coupe SC. Globalement, même aux basses températures, la coupe LD garde la propriété d'avoir une sensibilité moindre à la puissance que la coupe SC.



**Fig. 30** Sensibilité de la fréquence à la puissance d'excitation à la température de 3,5 K.

**Tab. 5** Résumé des sensibilités à la puissance d'excitation. Les valeurs sont exprimées en  $\mu\text{W}^{-1}$ .

Partiel	Mode A	Mode B	Mode C
3	$-4 \cdot 10^{-9}$	$-2 \cdot 10^{-8}$	$-1 \cdot 10^{-10}$
5	$-3 \cdot 10^{-8}$	$-4 \cdot 10^{-9}$	$7 \cdot 10^{-9}$

## 2.D) Résonateurs à langatate de coupe Y

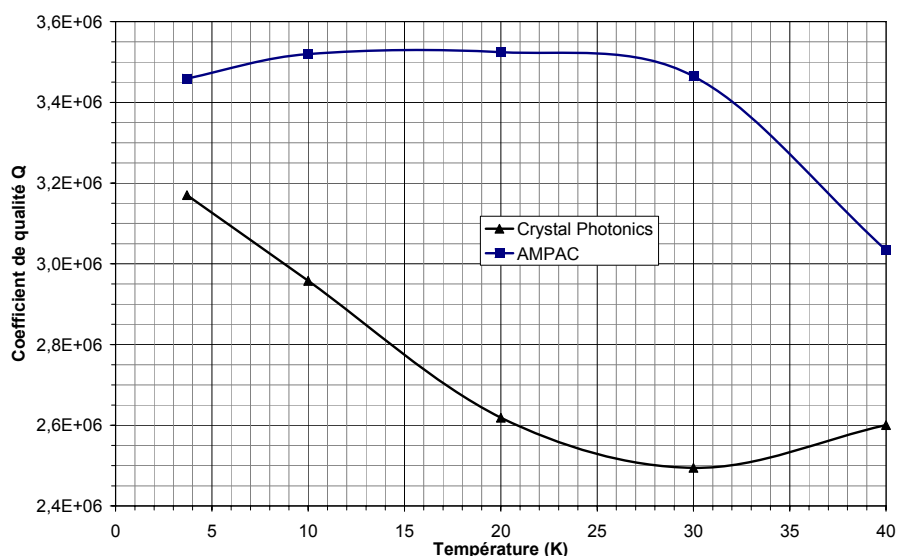
Le dispositif expérimental a aussi été utilisé pour caractériser deux résonateurs en cristal de langatate à électrodes déposées. L'un provient d'un bloc de provenance Crystal Photonic et l'autre d'un bloc de provenance AMPAC. Ce sont deux résonateurs de même géométrie avec un diamètre de partie active de 10,2 mm, une épaisseur au centre de 0,65 mm et un rayon de courbure de 100 mm pour le Crystal Photonic et 90 mm pour le AMPAC. Ces deux résonateurs possèdent des électrodes déposées d'un diamètre de 3,5 mm. Le Tab. 6 récapitule les paramètres à l'ambiante et à 3,7 K pour les comparer.

**Tab. 6** Comparaison des caractéristiques à l'ambiante avec celles à 3,7 K.

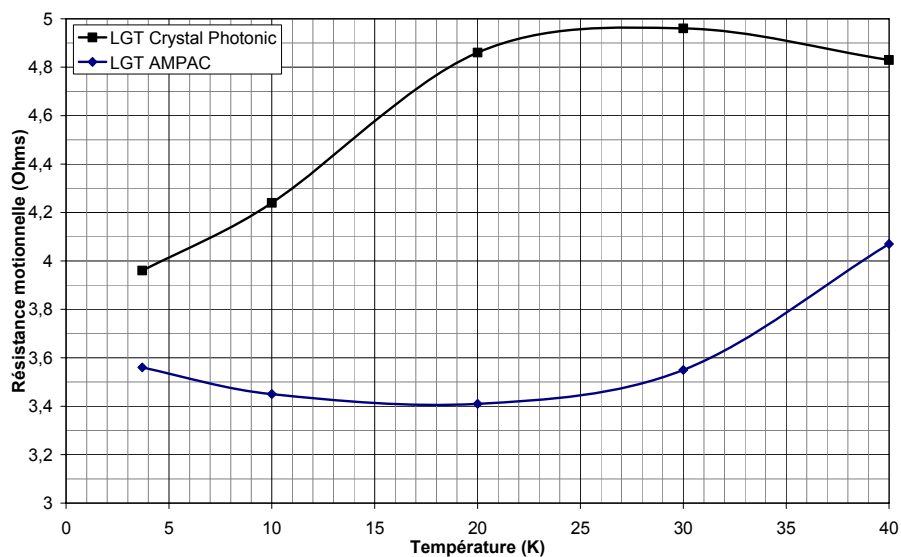
à 295 K	Rx ( $\Omega$ )	Fréquence (Hz)	Q ( $10^6$ )
Crystal Photonic	20,9	10219900	0,58
AMPAC	12,4	10783135	0,8
à 3,7 K	Rx ( $\Omega$ )	Fréquence (Hz)	Q ( $10^6$ )
Crystal Photonic	4	10143073	3,2
AMPAC	3,6	10692841	3,5
<hr/>			
Rapport moyen	4,4	$\Delta = 83560$	4,9

**Tab. 7** Mesure des paramètres des deux résonateurs LGT sur les partiels 3, 5 et 7 à une température de 3,7 K.

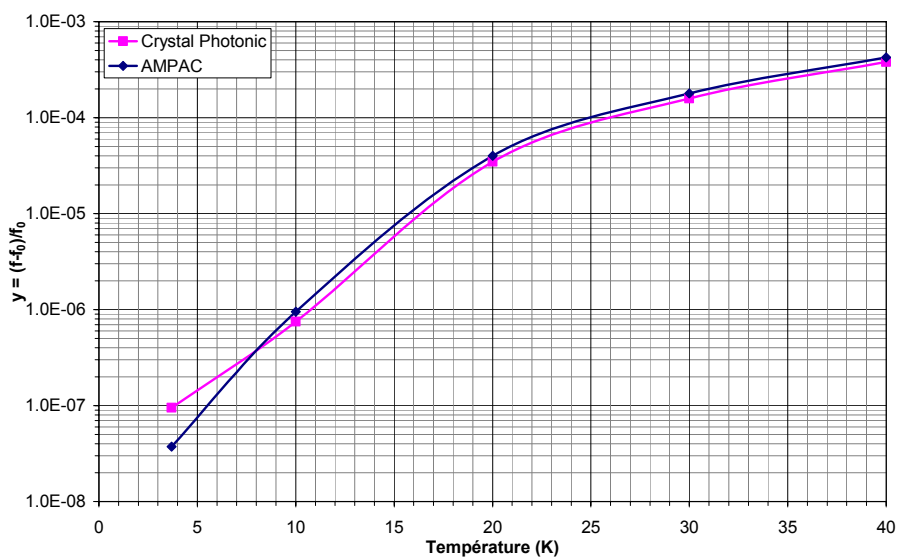
Résonateur en LGT Crystal Photonics, Rc = 100 mm					
Partiel	Fréquence (Hz)	Rx ( $\Omega$ )	Lx (H)	Cx (fF)	Q ( $10^6$ )
5	10143073	4	0,197	1,27	3,2
3	6085451	15	0,143	4,76	0,36
7	14189308	203	0,242	5,20	0,1
Résonateur en LGT AMPAC, Rc = 90 mm					
5	10692841	3,6	0,183	1,21	3,5
3	6416723	12,6	0,138	4,46	0,44
7	14958867	11	0,217	5,21	1,8



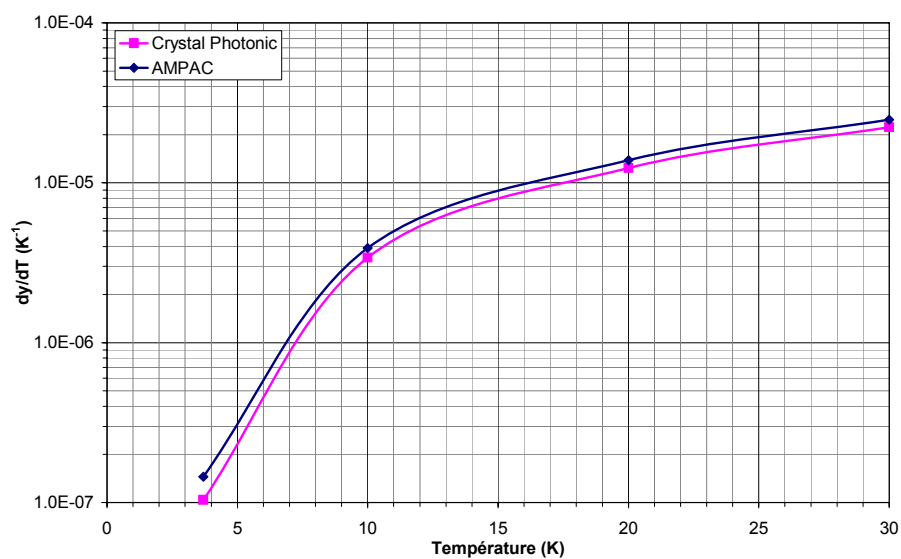
**Fig. 31** Mesure du coefficient de qualité  $Q$  en fonction de la température sur le mode C du partiel 5.



**Fig. 32** Mesure de la résistance mot ionnelle en fonction de la température sur le mode C du partiel 5.



**Fig. 33** Mesure de la variation relative de fréquence en fonction de la température sur le mode C du partiel 5.



**Fig. 34** Sensibilité thermique des résonateurs en langatate.

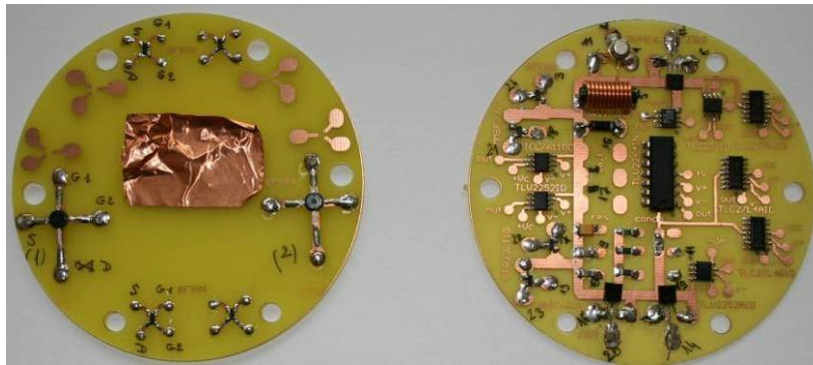
Pour l'instant, en qui concerne ces deux résonateurs, il est difficile d'attribuer la dispersion de qualité à l'influence de la fabrication ou au fabricant d'origine. Néanmoins, la caractéristique fréquence-température de la langatate semble montrer qu'il n'existe pas de pic d'absorption [33] comme c'est le cas dans le cristal de quartz. Ceci présente un intérêt dans le sens où la température minimale à atteindre serait plus élevée que pour le quartz, ce qui permettra d'utiliser des systèmes de cryogénie miniaturisés.

### 3) L'oscillateur cryogénique

#### 3.A) Mesures pour la sélection d'un transistor

Dans cette section, une étude préliminaire sur le comportement d'un nombre de composants susceptibles d'être utilisés à température de l'hélium liquide et en dessous, est décrite. Les premières mesures ont été initiées par G. Mossuz [13], elles montrent qu'il n'est pas possible d'utiliser des transistors de type bipolaire en dessous de 60 K pour le silicium et de 15 K pour le germanium [34]. Il est donc inutile de tester des transistors bipolaires. Il faut rappeler qu'il n'est pas non plus possible d'utiliser des amplificateurs opérationnels et des références de tension intégrées, comportant toujours au moins un élément de type PN ou NP (diode, BJT ...).

Un montage dédié a ces tests est présenté Fig. 35. Il est relié au reste du matériel expérimental par un ensemble de fils de cuivre émaillé de diamètre 0,2 mm. Il est conçu pour être fixé en bout de tête du tube à gaz pulsé. Différents composants ont été testés et une des premières remarques est que tous les boîtiers résistent (mécaniquement) à une mise au froid prolongée (typiquement 12 heures). Il est à noter que la référence de tension habituellement utilisée REF01 n'est pas fonctionnelle à température de l'hélium liquide.



**Fig. 35** Montage de test pour transistors à gauche et pour divers composants à droite.

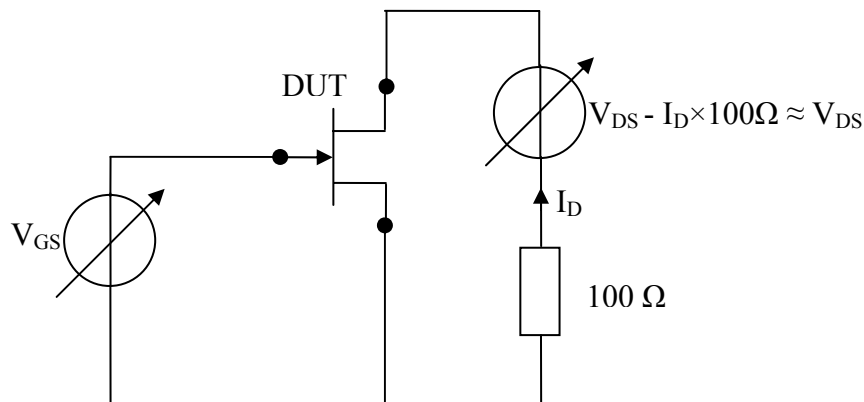
Un nombre important de références de transistors JFET et MOSFET à canal N ont été testées, la liste est dans le Tab. 8. Dans ce lot, deux transistors semblent fonctionner de façon correcte : le BF988 et le 2N4223. Ce sont eux qui feront l'objet d'une caractérisation plus fine par la suite. Les autres références ne sont pas fonctionnelles pour différentes raisons :

- Certains comportent des diodes zener de protection entre la grille et la source. Celles-ci perdent leurs caractéristiques et semblent se comporter comme un court-circuit à partir d'une certaine tension difficile à définir. C'est le cas des transistors type BF998, BF996 et BF996S.
- D'autres montrent une forte hystérésis sur leurs courbes caractéristiques. C'est essentiellement le cas des JFET. Pour quelques uns, un fonctionnement correct, après un stress en tension du composant, est remarqué. Cet effet déjà observé [35], peut être attribué à un phénomène de « collapse » (effet d'effondrement) et/ou à un effet thermique, il est difficile de déterminer la cause exacte sans réaliser plus d'essais.

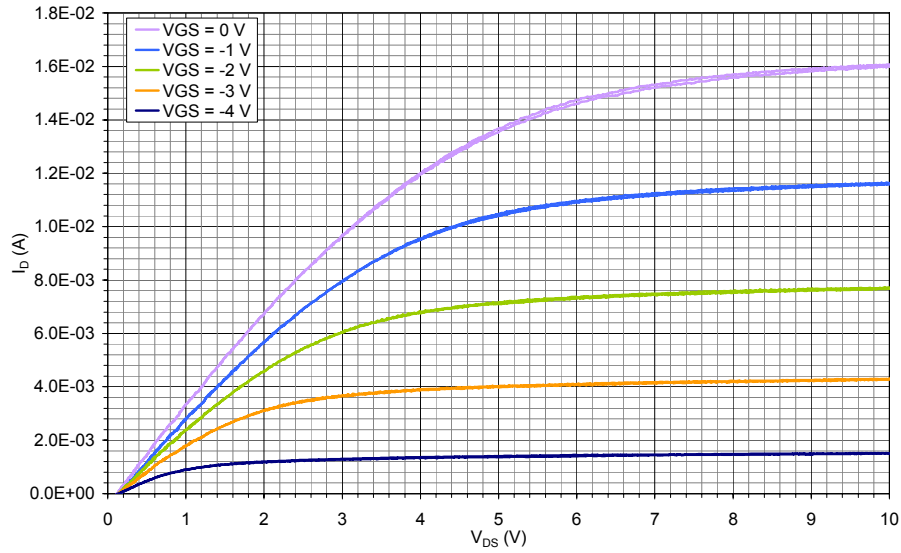
**Tab. 8** Liste des références et types de transistors testés pour une utilisation à température cryogénique.

Référence	Type	Fonctionnel en cryogénie
2N3819	JFET	Non
2N4223	JFET	Oui
2N4416	JFET	Non
BF988	MOSFET	Oui
BF996	MOSFET	Non
BF996S	MOSFET	Non
BF998	MOSFET	Non
BFR30LT1	JFET	Non
BS170	MOSFET	Non
J201	JFET	Non
J310	JFET	Non
MMBFJ310	JFET	Non
SST201	JFET	Non
VN10LP	MOSFET	Non
ZVN3306A	MOSFET	Non

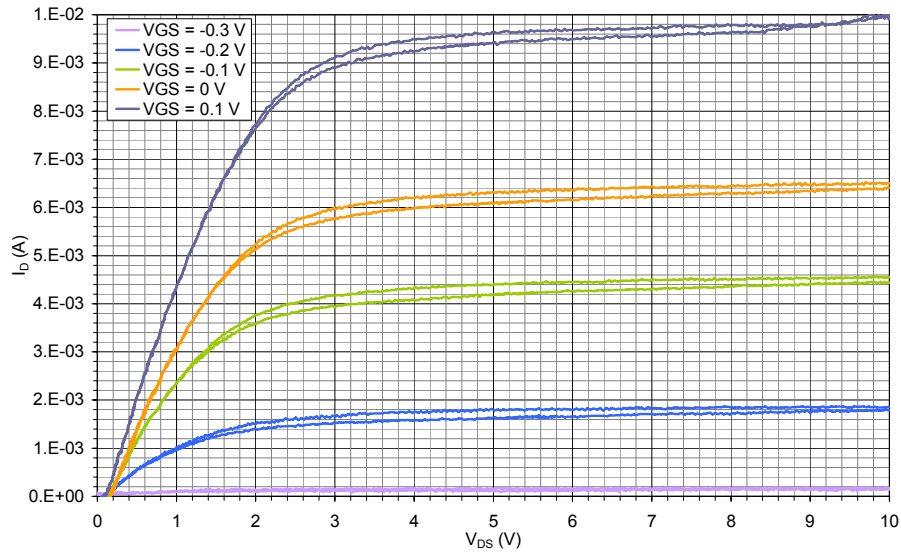
La Fig. 36 expose le dispositif expérimental mis en œuvre pour la caractérisation des transistors. Une source de tension variable est imposée entre la grille et la source du composant sous test. Une autre est disposée en série avec une résistance ( $100\ \Omega$  ici) entre les bornes drain et source. La résistance est utilisée pour mesurer le courant traversant le drain du transistor. Pour les faibles valeurs de  $I_D$ ,  $V_{DS}$  est considéré égale à la tension aux bornes du générateur. Pour les courants plus élevés il faut corriger la valeur de  $V_{DS}$ . Pour le cas des transistors à double grille, la caractérisation est effectuée en reliant les deux grilles entre elles. C'est un dispositif qui est à la fois fort simple et relativement performant.

**Fig. 36** Dispositif expérimental de caractérisation des transistors FET.

La Fig. 37 et la Fig. 38 présentent les mesures dynamiques du courant de drain en fonction de la tension drain-source (variant à une fréquence de 1 kHz) pour différentes valeurs de tension grille-source. Une est effectuée à température ambiante (290 K) pour valider le dispositif de mesure et l'autre à température cryogénique (3,2 K).

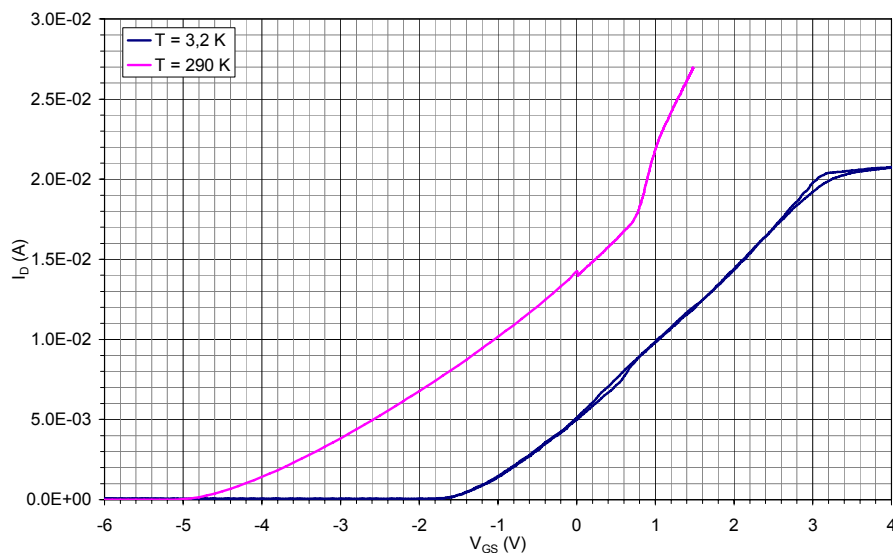


**Fig. 37** Courant dans le drain en fonction de la tension drain-source et de la tension grille-source mesuré en dynamique à 1 kHz pour le transistor 2N4323 à la température de 290 K.



**Fig. 38** Courant dans le drain en fonction de la tension drain-source et de la tension grille-source mesuré en dynamique à 1 kHz pour le transistor 2N4323 à la température de 3,2 K.





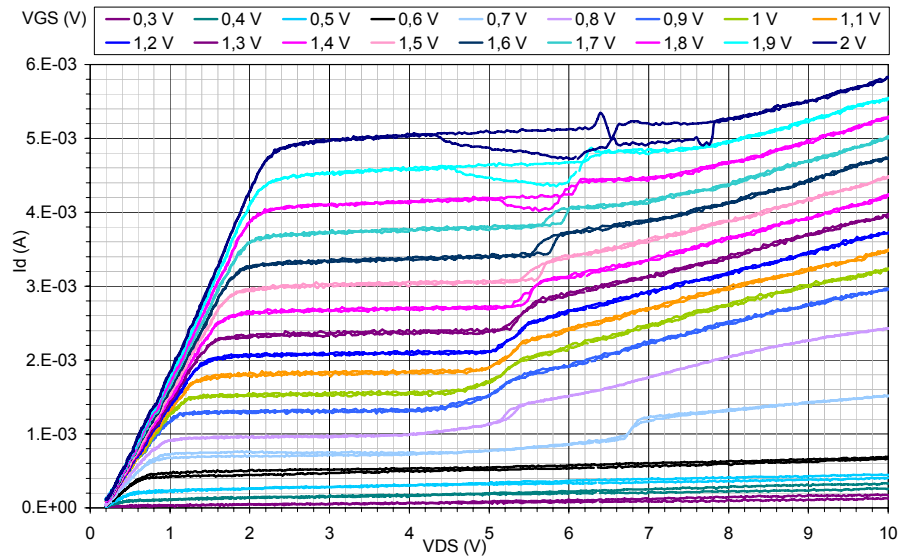
**Fig. 39** Courant dans le drain en fonction de la tension grille-source mesuré en dynamique à 1 kHz avec une valeur de tension drain-source fixée à 10 V, pour le transistor 2N4323 à la température de 3,3 K et 290 K.

L'essai à température ambiante montre qu'il est possible d'utiliser ce montage pour une première caractérisation puisque les données recoupent celles du constructeur. Le Tab. 9 résume les différents écarts pour différentes températures. Cette référence ne sera pas retenue pour la réalisation de l'oscillateur faute d'approvisionnement.

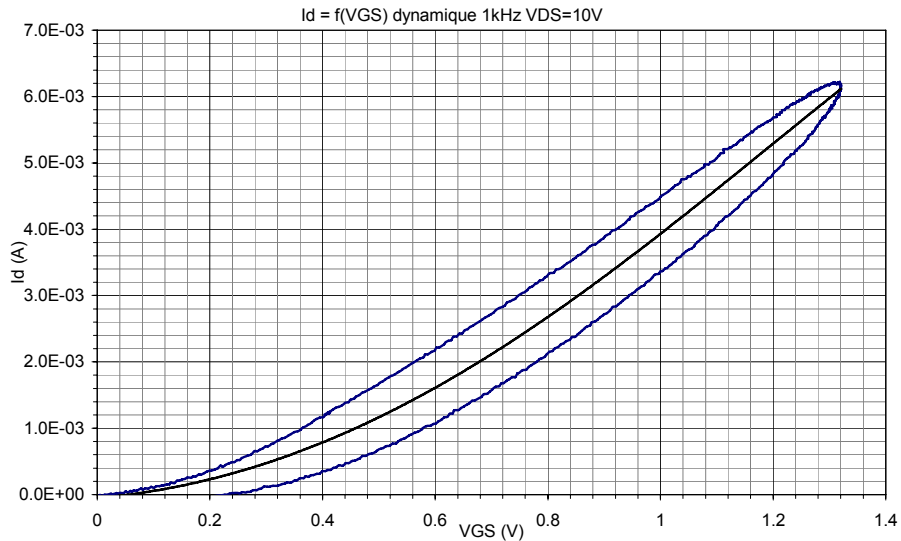
**Tab. 9** Récapitulatif des variations pour le transistor à jonction 2N4323.

	$V_{T0}$ (V)	$I_{DSS}$ (mA)
Données constructeur	-8 à -0,1	3 à 18
Mesuré à 290 K	-4,8	14
Mesuré à 3,3 K	-1,6	5

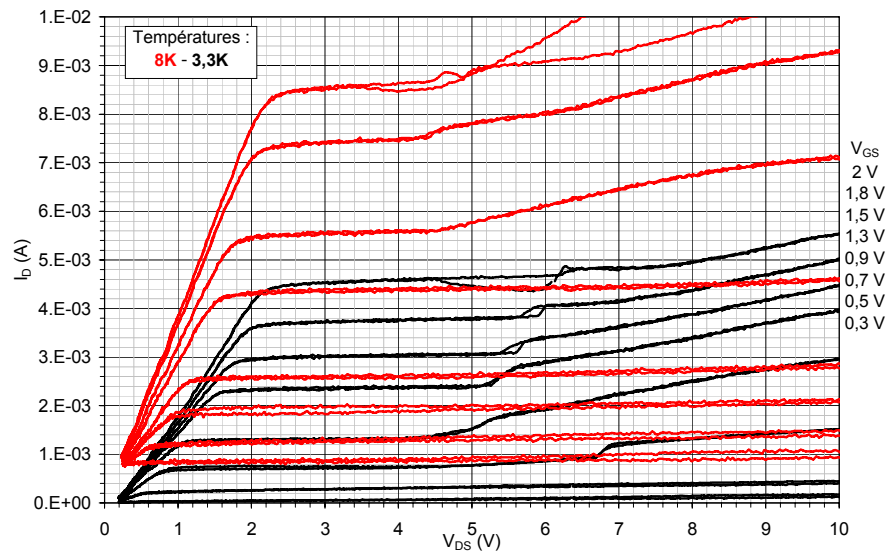
Les Fig. 40 et Fig. 41 présentent les caractéristiques mesurées pour un BF988 (numéro 4) à 3,3 K. La documentation du BF988 est visible en Annexe A : Datasheet du BF988. A noter que ce même transistor est utilisé pour la mise au point de l'électronique de l'oscillateur cryogénique de A. Elhabti [22]. Le BF988 est aussi l'équivalent de celui utilisé par G. Mossuz [13]. La Fig. 42 présente les variations de caractéristique pour un même transistor BF988 entre 3,3 K et 8 K. Il est à noter qu'à température cryogénique, les caractéristiques électriques entre deux transistors de la même série BF988 peuvent varier de façon très conséquente. Par exemple le transistor BF988 #3 présente des courants de drain quasiment deux fois plus élevés que le #4 dans les mêmes conditions de mesure.



**Fig. 40** Courant dans le drain en fonction de la tension drain-source et de la tension grille-source mesuré en dynamique à 1 kHz pour le transistor BF988 #4 à la température de 3,3 K.



**Fig. 41** Courant dans le drain en fonction de la tension grille-source mesuré en dynamique à 1 kHz avec une valeur de tension drain-source fixée à 10 V, pour le transistor BF988 #4 à la température de 3,3 K. La courbe en noire est la moyenne de « l'aller-retour ».



**Fig. 42** Comparaison du courant dans le drain en fonction de la tension drain-source et de la tension grille-source mesuré en dynamique à 1 kHz pour le transistor BF988 #4 à la température de 8 K et de 3,3 K.

Le BF988 est un transistor à effet de champ à appauvrissement ( $V_{T0}$  négatif  $I_{DSS} \neq 0$ ). Il semblerait qu'à basse température il se comporte comme un transistor à enrichissement, puisque  $V_{T0}$  devient nul voir positif et du coup  $I_{DSS}$  devient nul (Tab. 10).

**Tab. 10** Récapitulatif des variations pour le transistor MOSFET BF988 #4.

	$V_{T0}$ (V)	$I_{DSS}$ (mA)
Données constructeur à 290 K	-2,5 min.	4 à 18
Mesuré à 3,3 K	$\sim 0,025$	0

### 3.B) Mise au point de l'oscillateur

Dans cette section est étudiée la mise au point d'une électronique d'oscillateur pouvant fonctionner à température de l'hélium liquide. Le but est de valider le fonctionnement de celle-ci, pour développer dans le futur une modélisation plus fidèle et maîtriser les phénomènes observés expérimentalement à basse température.

Pour la modélisation de notre transistor, nous avons utilisé un modèle PSPICE de niveau 1 (Level 1) dont les équations de base sont rappelées ci-dessous. C'est le modèle le plus simple disponible pour une telle modélisation, notre but étant la prévision du fonctionnement par simulation et non pas une modélisation exacte. La double grille du BF988 est modélisée par deux transistors MOSFET avec chacun une largeur de canal différente. Le modèle ainsi créé est basé sur celui du BF998 identique au BF988 pour ce qui est des caractéristiques. Le BF998 ne peut néanmoins pas être utilisé ici à cause de ses diodes zener de protections entre sa grille et sa source.

Les équations du modèle utilisé sous PSPICE sont présentées ci-dessous.  $K_P$  est le paramètre de transconductance du procédé en  $A/V^2$  et  $\lambda$  la modulation de largeur du canal en  $V^{-1}$ .  $W$  et  $L$  sont respectivement la largeur et la longueur du canal en mètres,  $V_{TO}$  la tension de seuil en volt.

Pour  $V_{DS} \geq 0$  (mode normal) et  $V_{GS} - V_{TO} < 0$  (région de pincement) :

$$I_D = 0 \quad (1)$$

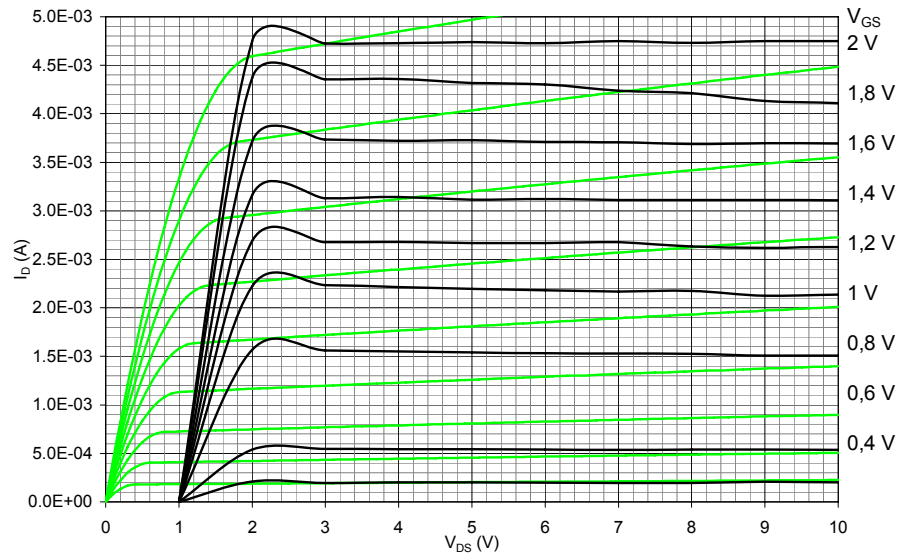
For  $V_{DS} \geq 0$  (mode normal) et  $V_{DS} < V_{GS} - V_{TO}$  (région « linéaire ») :

$$I_D = \frac{W}{L} \times \frac{K_P}{2} \times (1 + \lambda V_{DS}) \times V_{DS} \times [2 \times (V_{GS} - V_{TO}) - V_{DS}] \quad (2)$$

For  $V_{DS} \geq 0$  (mode normal) and  $V_{DS} > V_{GS} - V_{TO}$  (région de saturation) :

$$I_D = \frac{W}{L} \times \frac{K_P}{2} \times (1 + \lambda V_{DS}) \times (V_{GS} - V_{TO})^2 \quad (3)$$

Le terme en  $(1 + \lambda V_{DS})$  de l'expression (2) est appliqué dans cette zone linéaire, dans le modèle de niveau 1 de PSPICE, par souci de continuité. Les valeurs de  $W$  et  $L$  utilisées à basse température sont celles valables à 300 K. Reste à déterminer dans ce modèle les valeurs de  $\lambda$  et de  $K_P$ , sachant que celle de  $V_{TO}$  est directement mesurée sur la caractéristique  $I_D$  fonction de  $V_{GS}$  (0 volt ici). En négligeant le terme en  $\lambda$  dans l'équation (2), la détermination de  $K_P$  est alors possible en prenant un jeu de valeurs ( $I_D$ ,  $V_{DS}$ ) pour un  $V_{GS}$  donné dans la région « linéaire ». La relation (3) est alors utilisée pour déterminer  $\lambda$  avec des valeurs issues de la région de saturation. Une tension nulle a été prise comme valeur de  $V_{TO}$ . Avec les valeurs calculées, le modèle ne correspond pas aux mesures réelles. Les valeurs de  $\lambda$  et de  $K_P$  ont donc été ajustées de façon à ce que la modélisation soit la plus fidèle possible à la réalité. La comparaison du résultat de simulation avec le jeu de valeurs et la mesure est visible Fig. 43.



**Fig. 43** Comparaison du modèle PSPICE en vert pour  $\lambda = 0,05 \text{ V}^{-1}$  et  $K_p = 6 \cdot 10^{-6} \text{ A/V}^2$ . La courbe en noir est la mesure effectuée sur le BF988 #4.

Finalement, pour prévoir le fonctionnement de notre oscillateur, le modèle PSPICE ci-dessous a été choisi. Il est sous la forme d'un sous circuit, les premières lignes décrivent des éléments influant sur le fonctionnement en VHF dont les effets sont négligeables à notre fréquence de travail.

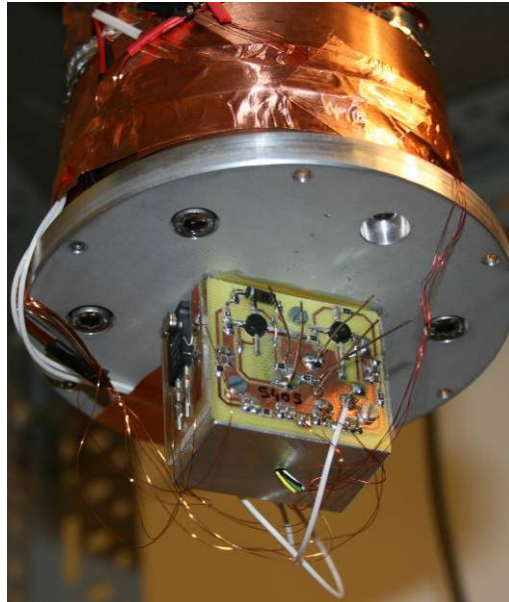
```
* BF988 3K3 SPICE MODEL FEBRUARY 2008 J IMBAUD
* 1.: SOURCE; 2.: DRAIN; 3.: GATE 2; 4.: GATE 1;
.SUBCKT BF988_3K3 1 2 3 4
L10      1 10 0.12N
L20      2 20 0.12N
L30      3 30 0.12N
L40      4 40 0.12N
L11      10 11 1.20N
L21      20 21 1.20N
L31      30 31 1.20N
L41      40 41 1.20N
C13      10 30 0.085P
C14      10 40 0.085P
C21      10 20 0.017P
C23      20 30 0.085P
C24      20 40 0.005P
RS        10 12 100
MOS1      61 41 11 12 GATE1 L=1.1E-6 W=1150E-6
MOS2      21 31 61 12 GATE2 L=2.0E-6 W=1150E-6
.MODEL   GATE1
+ NMOS LEVEL=1
+ RS=2.0 RD=2.0
+ KP=6E-6 VTO=0 LAMBDA=0.05
+ CGSO=0.3E-9 CGDO=0.3E-9 CBD=0.5E-12 CBS=0.5E-12
.MODEL   GATE2
+ NMOS LEVEL=1
+ RS=2.0 RD=2.0
+ KP=6E-6 VTO=0 LAMBDA=0.05
+ CGSO=0.3E-9 CGDO=0.3E-9 CBD=0.5E-12 CBS=0.5E-12
.ENDS
*
```

L'objectif premier est de valider la capacité d'une électronique à fonctionner dans le froid cryogénique. Il permet de mieux comprendre le comportement des différents partiels et modes à une telle température. De plus, il faut insister sur le fait qu'il est pour l'instant impossible de disposer d'un circuit sélectif à cause des méconnaissances de fonctionnement et des dispersions de l'élément de type inductance (qui dépendent certainement de la technologie). Rappelons ici, que les tests en oscillateur sont fastidieux. En effet, pour chaque modification de l'électronique, il faut compter au minimum une journée de montage/démontage de l'ensemble mécanique (sans compter le temps de mise au vide de l'enceinte et de descente en température...).

#### ○ La première tentative :

Les premiers tests en oscillateurs ont été réalisés avec un oscillateur de type Colpitts avec les deux grilles du BF988 reliées entre elles comme le montre la Fig. 45, la boucle oscillatrice est suivie par un amplificateur suiveur drain commun. La boucle est optimisée pour fonctionner sur le partiel 3 du mode A : le coefficient de qualité en charge atteint 54 % de celui à vide et le gain en boucle ouverte est de 3 selon la simulation avec le modèle exposé ci-dessus. La puissance d'excitation, élevée pour assurer le démarrage de l'oscillateur, est de l'ordre de  $250 \mu\text{W}$  et le niveau de sortie de  $0,7 \text{ V}_{\text{RMS}}$ .

Le montage mécanique de l'ensemble est visible en Fig. 44. Les éléments sensibles sont mis en contact avec un bloc en duralumin pouvant être thermostaté. Des résistances chauffantes et un capteur de température y sont prédisposés. Il est prévu pour accueillir deux oscillateurs en prévision de futures mesures de bruit. Les résonateurs sont insérés dans un trou ajusté au milieu du bloc de duralumin. Des ouvertures ont été pratiquées sur le circuit imprimé pour que le boîtier des transistors soit en contact avec ce même bloc. La liaison entre la sortie de l'oscillateur et l'extérieur de l'enceinte est effectuée par deux câbles coaxiaux miniatures. Les alimentations sont connectées grâce à des fils de cuivre émaillé de  $0,2 \text{ mm}$ .



**Fig. 44** Support de l'oscillateur en bout de cryogénérateur.

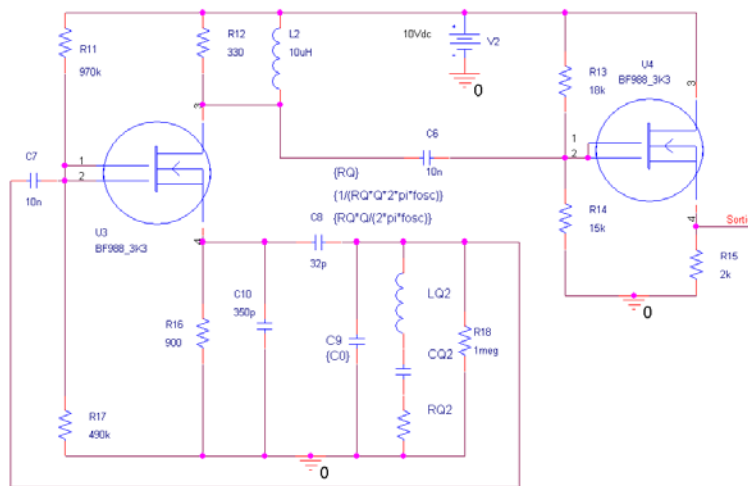


Fig. 45 Schéma de principe du premier oscillateur test.

La première tentative a été un échec. Malheureusement, même après de nombreux réglages et essais expérimentaux, il n'a pas été possible de faire démarrer cet oscillateur. La décision a été prise de séparer les deux grilles du transistor de façon à donner plus de flexibilité aux réglages de polarisation et de gain.

#### o La seconde tentative :

Un second oscillateur a été simulé en prenant soin qu'il puisse fonctionner, autant à température ambiante qu'à température cryogénique, pour s'assurer de la validité de l'électronique utilisée. Il est présenté en Fig. 46. Au premier essai de descente en température, les deux oscillateurs ont bien fonctionné à température ambiante dès leur mise sous tension en démarrant sur le partiel 3 du mode B. Tous deux s'arrêtent d'osciller autour de 50 K. Ceci n'est pas surprenant. Comme il l'a été précisé précédemment, les pertes acoustiques sont très importantes dans cette zone de température. En dessous de 10 K seul l'un des deux oscillateurs redémarre. Il a fallu cependant, augmenter la tension d'alimentation jusqu'à 20 volts et la diminuer par la suite. Par contre, les oscillations ne se font pas sur le partiel du mode prévu. La fréquence mesurée en sortie est de 3 378 608 Hz. Elle semble correspondre au fondamental du mode C qui n'a pas été caractérisé lors des mesures de résonateurs !

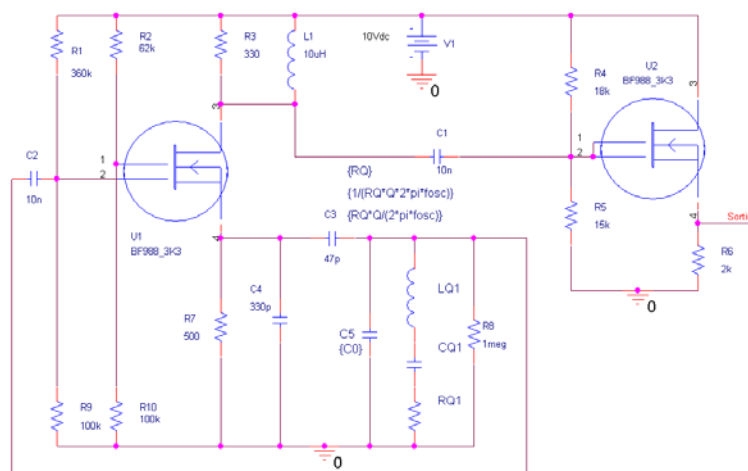


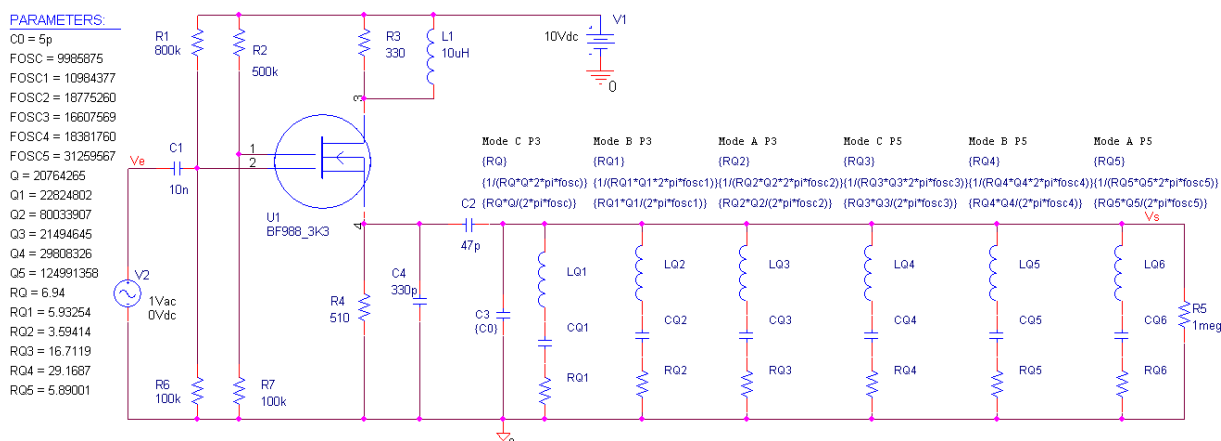
Fig. 46 Schéma de principe du second oscillateur test.

Finalement, la solution sera d'ordre expérimental pour ce second essai, les ponts de résistances de chaque grille ont été alimentés par des générateurs de tension indépendants de façon à régler le gain pour éviter un démarrage de l'oscillateur sur le fondamental. Les tensions

ont été ajustées de façon à trouver un minimum autorisant le démarrage afin de travailler à la plus faible puissance d'excitation possible.

○ **La troisième tentative :**

Les valeurs des ponts de résistances ont donc été adaptées, de façon à appliquer aux grilles du transistor les tensions trouvées expérimentalement lors de la seconde tentative. La Fig. 47 montre le schéma de principe de cet oscillateur, prenant en compte les différents modes et partiels en boucle ouverte et les valeurs de ses éléments. Le Tab. 11 résume les résultats de simulations pour chaque mode de partiel 3 et 5. En terme de Q en charge, c'est le partiel 3 du mode A qui est optimisé. Par contre, le gain maximal se trouve sur le partiel 3 du mode C, ce qui permet d'expliquer le démarrage de l'oscillateur sur ce dernier mode.



**Fig. 47** Schéma boucle ouverte de la simulation de l'oscillateur cryogénique pour tous les modes testés.

**Tab. 11** Résumé des résultats de simulation boucle ouverte pour les différents modes et partiels à température de He liquide.

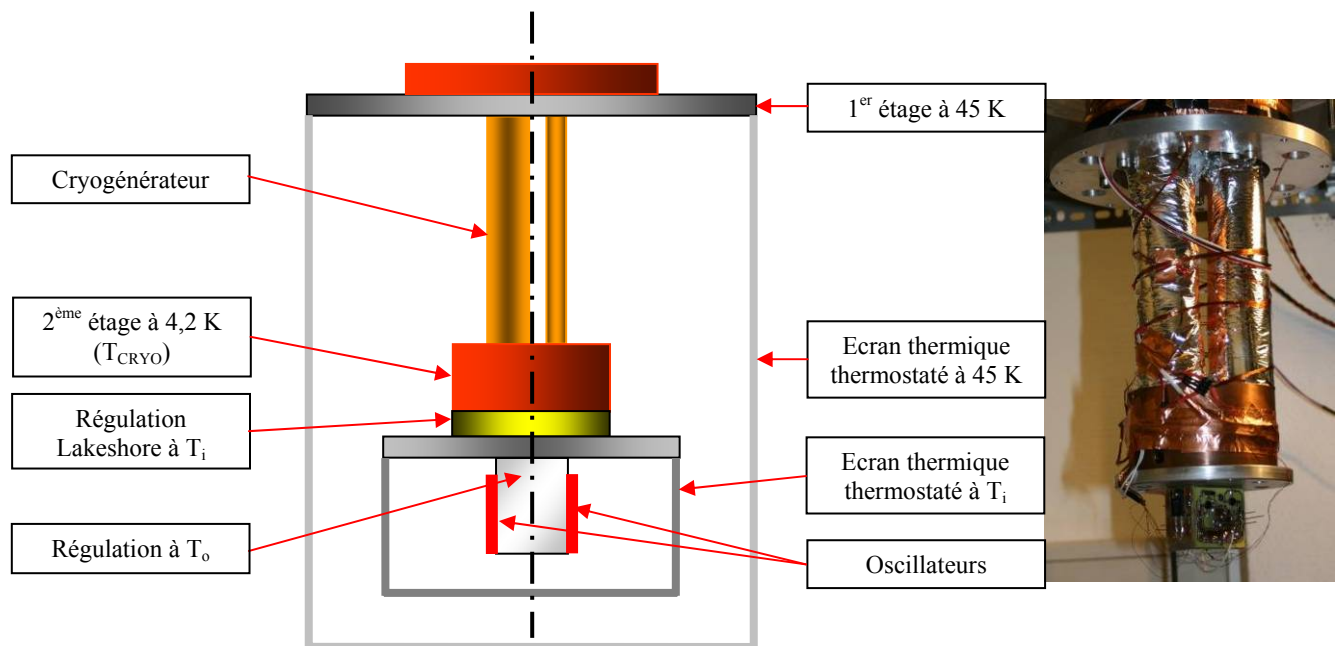
	Partiel 3			Partiel 5		
	Mode C	Mode B	Mode A	Mode C	Mode B	Mode A
Gain boucle ouverte $V_S/V_E$ à phase nulle	2,08	2,03	1,46	0,565	0,282	0,455
Ratio du coefficient de qualité par rapport au Q à vide à phase nulle	45,2%	46,1%	60,2%	83,9%	88,2%	86,4%
Condition de Barkhausen	Oui	Oui	Optimisé	Non	Non	Non

Avec le schéma de la Fig. 47, en boucle fermée, la puissance d'excitation atteinte est inférieure à 1  $\mu\text{W}$  (par simulation). Par contre, lors des essais, le niveau de sortie mesuré est très faible, de l'ordre de 10 mV<sub>RMS</sub>. Faute de temps il n'a pas été possible d'aller plus loin dans les investigations expérimentales. Toutefois, il a été possible de caractériser ces deux oscillateurs en utilisant des amplificateurs faible bruit à fort gain. Ces résultats sont présentés en section 3.D).



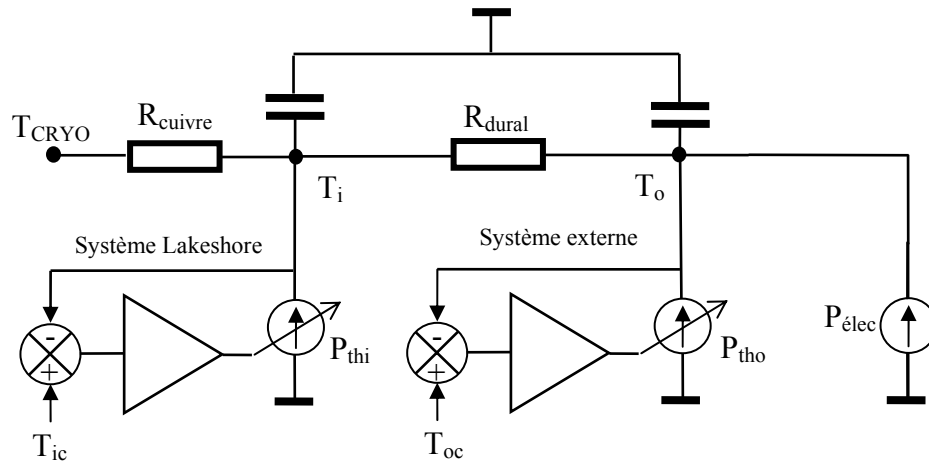
### 3.C) Régulation thermique de l'ensemble

La régulation thermique est un point important dans un oscillateur. Le cas de l'oscillateur cryogénique ne déroge pas à cette règle. La sensibilité thermique résiduelle de nos résonateurs est de quelques  $10^{-9} \text{ K}^{-1}$ , ce qui signifie que pour être sûr de ne pas limiter la stabilité de notre oscillateur, la température doit être régulée en dessous du milli Kelvin. Dans un OCXO ultra-stable classique, il y a une double régulation thermique. Le premier régulateur thermostatise le boîtier et le second le résonateur enfermé dans ce boîtier. L'idée est de s'inspirer de ce système pour la réalisation de l'ensemble thermique. Notons au passage, que le dispositif fonctionne en vide secondaire. Il n'y a donc conduction que sur la tête du tube à gaz pulsé, le reste des pertes se faisant par radiation. La Fig. 48 montre le principe de la régulation. Un premier écran thermique est thermostaté à 45 K sur le premier étage du tube à gaz pulsé. Le système sondes/résistances chauffantes Lakeshore est inséré dans une partie en cuivre sans oxygène et fixé en bout de tête. A ce premier régulateur est fixé un deuxième écran thermique qui est thermostaté à la température programmée sur le système Lakeshore. Enfin, les deux résonateurs sont insérés dans un bloc de duralumin thermostaté par un ensemble sondes/résistances chauffantes contrôlées par un système de régulation extérieure fait « maison ». Les variations de températures sont filtrées par les capacités calorifiques des volumes de métaux du système. Seul le système Lakeshore a pu être testé, le second régulateur a été réalisé mais, faute de temps, il n'a pas pu être essayé.



**Fig. 48** Schéma de principe et agencement des écrans antiradiation à l'intérieur de l'enceinte à vide. A droite la photo du montage expérimental réel.

La Fig. 49 présente un schéma simplifié de l'ensemble thermique présenté ci-dessus, où seule les échanges par conduction sont pris en compte. Les pertes par rayonnement sont d'autant plus faibles que les surfaces en vis-à-vis sont propres et polies.  $T_{CRYO}$  est la température en bout de tête du tube à gaz pulsé,  $T_i$  la température régulée par le système Lakeshore et enfin  $T_o$  la température régulée par le second système.  $P_{thi}$  et  $P_{tho}$  sont respectivement les puissances fournies pour atteindre les températures de consigne et  $P_{elec}$  la puissance dissipée par les deux oscillateurs.



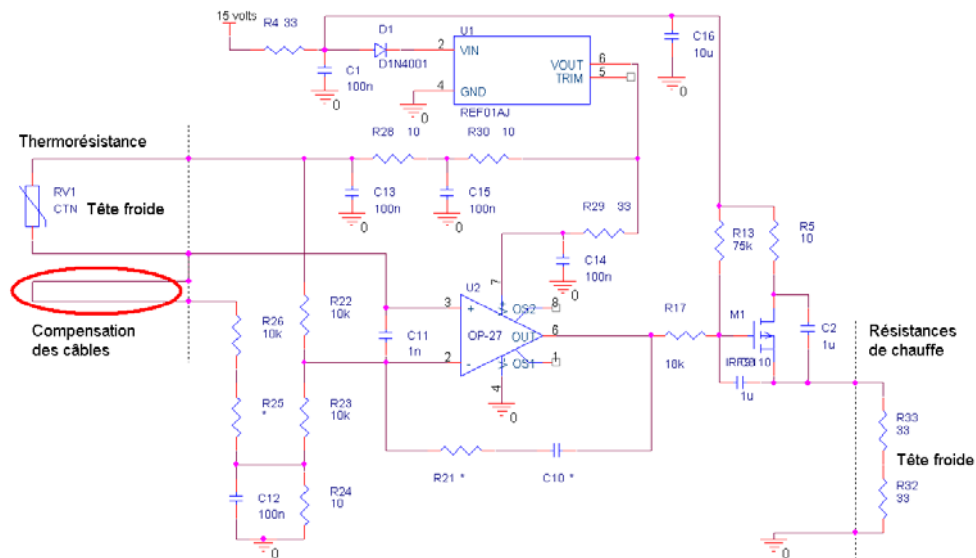
**Fig. 49** Schéma simplifié (se limitant à la conduction) de la régulation thermique à l'intérieur de l'enceinte en bout de tube à gaz pulsé.



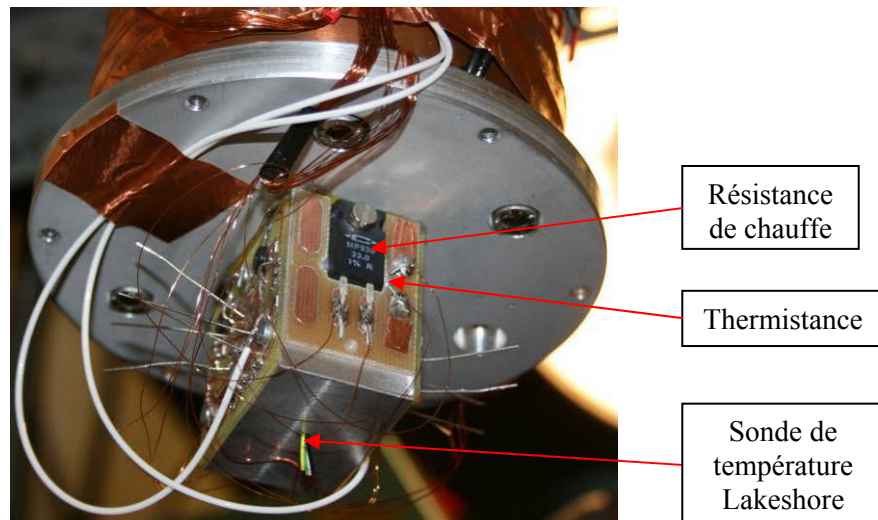
**Fig. 50** Sur la photo de gauche aucun écran antiradiation n'est en place. Sur la photo du centre, celui de l'oscillateur est en place. Sur celle de droite, celui du deuxième étage est en place.

Pour qualifier les variations du système Lakeshore, une température cible de 3,5 K a été programmée puis la température a été mesurée, sur un temps supérieur à 4000 s, au rythme d'une mesure toutes les 0,1 s. Après avoir réalisé une transformation de Fourier de ces résultats apparaît un pic de variation de 10 mK aux alentours de 1,7 Hz. Ceci n'est en rien surprenant puisque c'est la cadence des impulsions de gaz dans le tube ! A noter que le pic d'amplitude de vibration de la tête se trouve sûrement à la même fréquence...

La Fig. 51 présente le contrôleur de la seconde régulation. Les deux résistances chauffantes sont fixées en haut du cube de duralumin. La sonde se trouve sous un des deux éléments chauffants. Elle est de type cernox avec des caractéristiques identiques à celle utilisée dans le système Lakeshore mais avec un boîtier miniaturisé. La Fig. 52 présente le montage expérimental en place. Les performances de ce système n'ont malheureusement pas encore pu être appréciées.



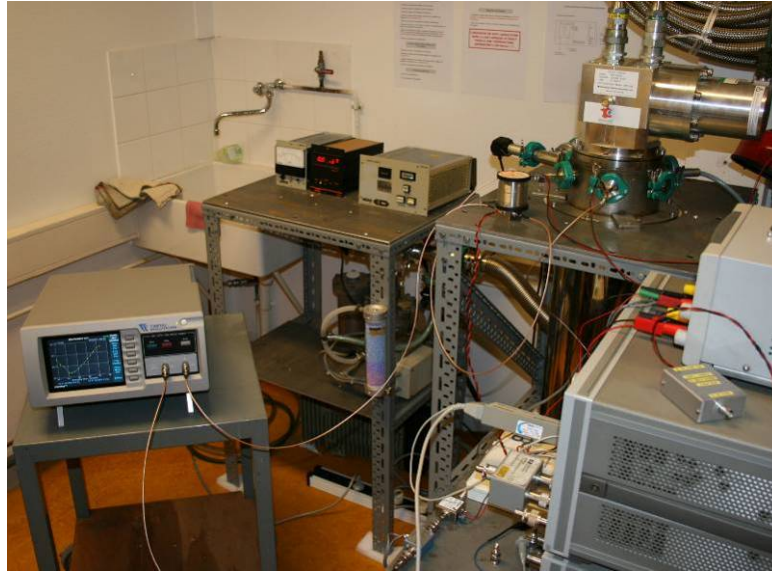
**Fig. 51** Schéma du second régulateur thermique. 4 fils de même longueur sont reliés au contrôleur, deux pour la thermistance et deux autres pour la compensation.



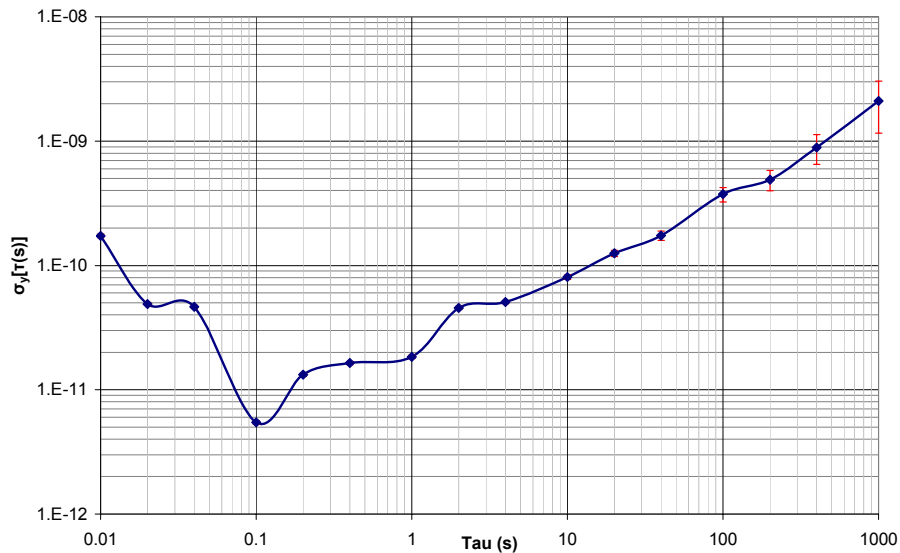
**Fig. 52** Détail du montage du système de régulation de température des oscillateurs/résonateurs.

### 3.D) Mesures associées

Les deux oscillateurs expérimentaux, de la troisième tentative présentée en section 3.B), ont été qualifiés à la température de 5,4 K par une mesure de variance d'Allan à l'aide du banc de mesure automatisé TSC5110A de marque Timing Solution. Comme expliqué dans la section présentant l'électronique de l'oscillateur, le niveau de sortie est faible. Il est insuffisant pour déclencher les entrées du banc de mesure. Un amplificateur extérieur a donc été rajouté (de marque Anzac type AMC-143) d'un gain de 16 dB entre l'oscillateur et le banc. La Fig. 53 expose une vue de l'ensemble du matériel pour une première mesure de variance d'Allan d'un oscillateur cryogénique. Les Fig. 54 et Fig. 55 présentent les résultats de ces mesures.

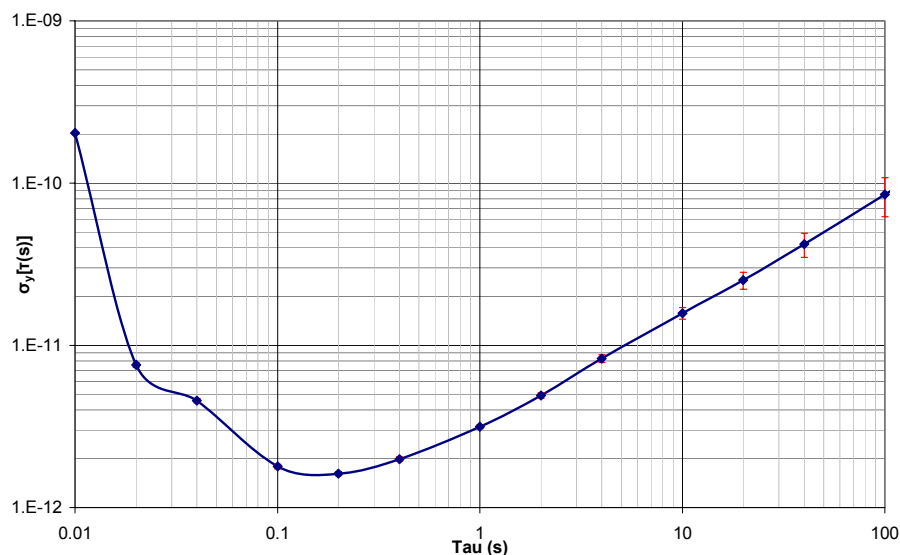


**Fig. 53** Les oscillateurs cryogéniques en cours de mesure avec le banc Timing Solution.



**Fig. 54** Variance d'Allan de l'oscillateur équipé de R3 contre celui équipé de R4 à 5,4 K.





**Fig. 55** Variance d'Allan de l'oscillateur équipé de R3 contre un oscillateur FTS003 à 5,4 K.

Ce sont les premiers résultats de mesure de variance d'Allan d'une paire d'oscillateurs à température cryogénique validant la possibilité de faire fonctionner des oscillateurs dans de telles conditions. Beaucoup de points restent à travailler et à approfondir pour de plus vastes investigations sur le sujet. Parmi les limitations expérimentales qui interviennent sur la stabilité de l'oscillateur, certaines sont identifiables :

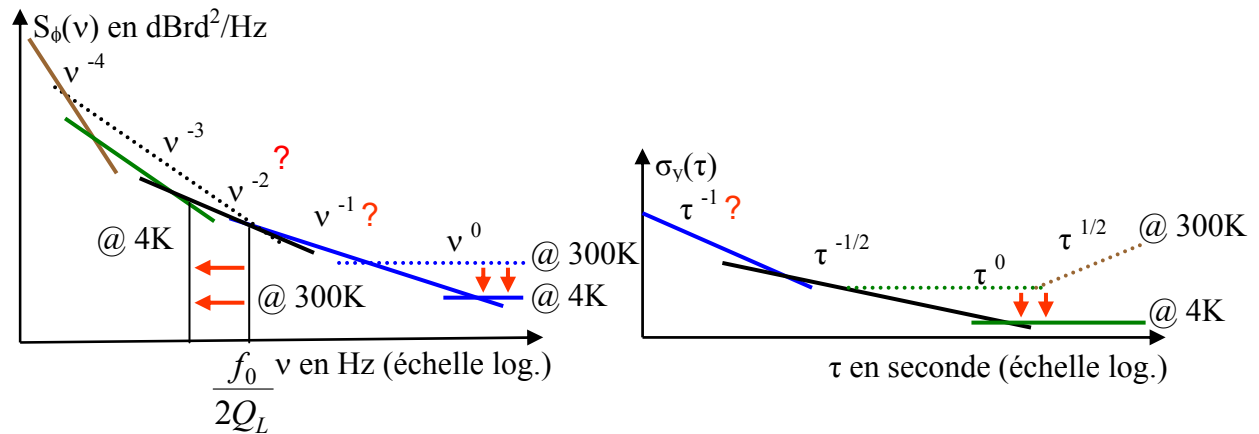
- La sensibilité accélérométrique : typiquement elle est de l'ordre de  $S_g = 2 \cdot 10^{-10} \text{ g}^{-1}$  pour un résonateur de structure BVA [28] [29] de coupe SC fonctionnant à 10 MHz sur le partiel 3 de son mode C aux températures ordinaires. Aucune valeur n'existe pour l'instant à température cryogénique. Si on suppose un déplacement sinusoïdal en bout de tête du cryogénérateur, du type :  $u = A \cdot \sin(2\pi f_0 t)$ , l'accélération maximale vaut  $A \cdot 4\pi^2 f_0^2$ . La variation relative de fréquence vaut donc  $y = S_g \cdot A \cdot 4\pi^2 f_0^2$ . La mesure des variations de température dans le domaine fréquentiel à 1,7 Hz est aussi la fréquence des vibrations  $f_0$ . D'après les données du constructeur pour le cryogénérateur SHI Cryogenics Group (Sumitomo Heavy Industries), SRP-082A, les vibrations maximales  $A$  sont de  $\pm 9 \mu\text{m}$  sur le second étage. Elles limitent la stabilité à  $y = 2 \cdot 10^{-13}$ . Une réduction d'un facteur 10 ( $A = 1 \mu\text{m}$ ) permettrait de réduire les variations relatives de fréquence à  $y = 2,3 \cdot 10^{-14}$ .
- La sensibilité à la température, mesurée sur le partiel 3 du mode C est de l'ordre de  $4,5 \cdot 10^{-9} \text{ K}^{-1}$ . Ici, la régulation de température utilisée présente des variations dynamiques de 10 mK d'où une limitation des variations de fréquence relative à  $y = 4,5 \cdot 10^{-11}$ .

Les améliorations futures doivent porter sur ces points : l'optimisation de la coupe pour l'obtention d'une compensation en température, le choix du mode et partiel le plus approprié, une optimisation de l'électronique, la réduction des variations de température et enfin la minimisation des déplacements en bout de tête.

A court terme, les améliorations peuvent porter sur, la thermique avec la mise en fonctionnement du second régulateur, l'électronique avec la mise en place d'un circuit sélectif et l'amélioration du rapport signal sur bruit. Les autres améliorations sont à entrevoir sur un plus long terme.

Refroidir les résonateurs et l'oscillateur doit procurer un gain de performances. A priori, si le bruit en  $1/f$  à 4K est le même qu'à 300K, le gain sur la densité spectrale de puissance (DSP) des fluctuations de phase d'un oscillateur peut être approché par la Fig. 56. Le plancher de bruit (bruit blanc de phase) est proportionnel à la température  $T$ , à puissance d'excitation égale. Le passage de 300K à 4K correspond à une division par 75 de  $T$ , donc un gain de

$10 \cdot \log 75 = 18,7$  dB sur la densité spectrale de puissance (DSP) ( $\nu^0$ ). De même, si le bruit en  $1/f$  ne se dégrade pas à faible température, l'augmentation du coefficient de qualité se traduira par une diminution de la bande passante et donc du déplacement de l'intersection de  $\nu^{-1}$ . Ceci entraîne un rabaissement du plancher de bruit de l'oscillateur, sachant qu'il est possible que la limitation se fasse finalement sur la pente en  $\nu^{-4}$ . La stabilité relative de fréquence à court terme peut donc s'améliorer.



**Fig. 56** Approximation asymptotique de la Densité Spectrale de Puissance (DSP) des fluctuations de phase et de la stabilité temporelle (variance d'Allan) d'un oscillateur.

Le gain sur la stabilité reste néanmoins difficile à estimer. Il va sans dire que tout ceci suppose la préservation du coefficient de qualité en charge ( $Q_L$ ), par l'électronique de l'oscillateur. Il est impératif de régler les problèmes de limitations expérimentales en premier lieu pour s'assurer que les futures mesures refléteront les limites de stabilités provenant du résonateur.

## 4) Conclusion

Les manipulations expérimentales de caractérisations de résonateurs ont été initiées par G. Mossuz [13] puis des premières explications physiques ont suivi avec les travaux de A. El Habti [22]. Enfin d'autres auteurs dans le thème de la physique du solide ont apporté des réponses aux phénomènes observés dans le froid.

Néanmoins, pour réaliser un oscillateur complet optimisé, un travail préliminaire est nécessaire et obligatoire pour valider le fonctionnement à chaque étape. Une fois les phénomènes observés à basses températures, l'optimisation de l'ensemble requiert une modélisation plus poussée de chaque élément. Les perspectives d'avenir de ces travaux sont réelles. Ils représentent un challenge pour l'appréciation de la limitation ultime du bruit propre des résonateurs acoustiques et de leurs oscillateurs associés. De plus, le besoin de références encore plus stables que celles existantes est toujours d'actualité.

Avec ces travaux, une mesure record de coefficient de qualité de  $125 \cdot 10^6$  a démontré que les meilleures performances d'un résonateur à ondes de volume se retrouvent sur le mode d'expansion (mode A) à basse température, et non pas sur le mode de cisaillement d'épaisseur comme à température ambiante. Une nouveauté par rapport aux travaux précédents est la qualification détaillée de 3 modes de 2 partiels pour deux coupes différentes de résonateurs (SC et LD). De plus, il a été possible de faire une caractérisation de deux résonateurs LGT à 4 K, ce qui est là aussi, une première mondiale. De nombreux transistors ont été testés et deux des références ont été caractérisées plus finement. Une première modélisation simplifiée de transistor a été mise en place. Les simulations résultantes corroborent les premiers résultats expérimentaux.

Deux oscillateurs fonctionnels ont été réalisés, et bien que ce soit de tout jeunes prototypes, la toute première mesure de stabilité relative d'une paire d'oscillateurs, fonctionnant à la température de 5 K, a été obtenue ! Jusqu'à présent, la seule mesure de stabilité avait été faite par excitation passive du résonateur [36].

Pour l'instant, le facteur limitant de cette mesure ne peut en aucun cas être attribué uniquement au résonateur. En effet, les facteurs limitants restent d'ordres expérimentaux. Des améliorations sont à prévoir sur : l'amortissement des vibrations en bout de tête, l'achèvement d'une régulation de température plus fine, l'établissement d'une modélisation plus fidèle pour chaque transistor utilisé pour une maîtrise plus fine de la puissance d'excitation par exemple... De plus, le mode testé n'est pas celui qui a le plus fort coefficient de qualité. Un système de sélection doit être mis au point pour corriger cet inconvénient. Et enfin le dernier point, le résonateur utilisé n'est absolument pas optimisé pour travailler à une telle température. Des investigations pour la réalisation d'un résonateur adapté en terme de compensation en température sont à prévoir.

Il est à supposer que si le bruit du résonateur ne se détériore pas, il devient envisageable de repousser les limites ultimes de stabilités court terme connues. Ceci s'accompagne de la condition suivante : la température et les vibrations doivent être maîtrisées.

## 5) Bibliographie du chapitre III

- [1] H.E. Bömmel, W. P. Mason, A. W. Warner, “Dislocations, relaxations and anelasticity of quartz crystal quartz”, *Phys. Rev.*, vol. 29, p.1894, 1955.
- [2] W. P. Mason, “Use of internal friction measurements in determining the causes of frequency instabilities in mechanical vibrating frequency standards”, *IRE Trans. on Instrumentation*, pp 189-200, Dec. 1958.
- [3] J. C. King, “The anelasticity of natural and synthetic quartz at low temperatures”, *The Bell System Technical Journal*, March 1959.
- [4] A. W. Warner, “Ultra-precise quartz crystal frequency standards”, *IRE Trans. on Instrumentation*, 1958.
- [5] N. Smagin, “Quartz crystal resonators with quality factors of about  $120 \cdot 10^6$  at 2K”, (in Russian) *Izmeritel Tekh. SSSR* N°9, 1960.
- [6] P.D. Southgate, “Internal Friction in Germanium and Silicon I: Electron and Impurity Relaxation”, *Proc. Phys. Soc. Vol. 76* N° 3, pp 385-397, London, Sept. 1960.
- [7] W. P. Mason, “Effect of impurities and phonon process on the ultrasonic attenuation of germanium crystal quartz and silicon”, *Physical Acoustics*, Vol. III part B, Academic Press, New York, pp 235-287, 1965.
- [8] D. B. Fraser, “Impurities and anelasticity in crystalline quartz”, *Physical Acoustics*, vol. V, pp. 59-110, Academic Press, 1968.
- [9] H. E. Bömmel, K. Dransfeld, “Excitation and attenuation of Hypersonic waves in quartz”, *Phys. Rev.*, Vol. 117, N° 5, pp 1245-1252, 1960.
- [10] P. G. Klemens, “Effect of thermal and phonon processes on ultrasonic attenuation”, *Physical acoustics*, Vol. III part B, Academic Press, pp 201-234, 1965.
- [11] H. J. Maris, “Interaction of sound waves with thermal phonons in dielectric crystals”, *Physical acoustics*, Vol. III, Academic Press, pp 279-345, 1971.
- [12] J. J. Gagnepain, “Mécanismes non-linéaires dans les résonateurs à quartz”, Thèse, Université de Franche Comté (UFC), France, Mars 1972.
- [13] G. Mossuz, “Etude et réalisation d’un oscillateur à quartz à très basse température”, Thèse de Docteur Ingénieur, UFC, juillet, 1975.
- [14] A. El Habti, F. Bastien, “Low temperature limitation on the quality factor of quartz resonators”, *IEEE Trans. On Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 41, N°2, pp 250-255, 1994.
- [15] M. Planat, J. J. Gagnepain, “1/f noise in quartz crystal resonator in relation with losses and frequency dispersion”, *Appl. Phys. Lett.* Vol. 50, N° 9, pp 510-512, March, 1987.
- [16] T. E. Parker, “Characteristics and sources of phase noise in stable oscillators”, *Proc. 41st Ann. Freq. Cont. Symp*, vol. 54, pp. 329–330, 1966.
- [17] F. L. Walls, P. H. Handel, R. Besson, J.-J. Gagnepain, “A new model of 1/f noise in BAW quartz resonators”, *Proc. 1992 IEEE Freq. Cont. Symp.*, pp. 327–333, 1992.
- [18] J.-J. Gagnepain, J. Ubersfeld, G. Goujon, P. Handel, “Relationship between 1/f noise and Q factor in quartz resonators at room and low temperatures, first theoretical interpretations”, *Proc. 35th Ann. Symp. Freq. Cont.*, pp. 476–483, 1981.



- [19] F. L. Walls, John R. Vig, “Fundamental Limits on the Frequency Stabilities of Crystal Oscillators”, IEEE Trans. On UFFC, Vol. 42, N° 4, pp. 576-589, July 1995.
- [20] J. J. Suter, “Acoustic loss phenomena in alpha quartz resonators over the 1.4-77K temperature range”, J. appl. Phys., Vol. 63, N° 11, pp 5594-5595, June 1988.
- [21] J. J. Suter, “Piezoelectric properties of quartz crystal resonators below 10 K”, Cryogenics, Vol. 30, pp. 547-548, June, 1990.
- [22] A. El Habti, “Etude de résonateurs et d’oscillateurs à quartz à très basses températures”, Thèse de Docteur de l’UFC, janvier, 1993.
- [23] G. Robichon, J. Gros Lambert, J.J. Gagnepain, “Frequency stability of quartz crystal at very low temperatures: preliminary results”, 38th Annual frequency Control Symposium, pp. 201-205, 1984.
- [24] A. W. Warner, “Ultra-precise quartz crystal frequency standards”, IRE Transactions on Instrumentation, 1958.
- [25] N. Smagin, “Résonateur à quartz d’une qualité d’environ  $120 \cdot 10^6$  à 2K”, Izmeritel Tekh. SSSR N°9, 1960.
- [26] S. Galliou, J. Imbaud, R. Bourquin, N. Bazin, Ph. Abbé, “Outstanding quality factors of bulk acoustic wave resonators at cryogenic temperature”, proc. 22nd EFTF, Toulouse, France, May, 2008.
- [27] T. M. Flynn, “Cryogenic engineering”, Second edition, Marcel Dekker, 2005.
- [28] R.J. Besson, “A new “electrodeless” resonator design”, Proc. 31st Annual Freq. Contr. Symp., pp. 147-152, 1977.
- [29] French patents N° 7601035, 7717309, 7802261, 7828728, 7918553, 8110006, 8215351, 8509097, 8814197, 9203175, and corresponding patents or patents pending in other countries.
- [30] H. J. Maris, “Interactions of sound with thermal phonons in dielectric crystals”, Physical Acoustics, Vol. V, pp. 279-345, Academic Press, 1968.
- [31] D. S. Stevens, H. F. Tiersten, “An analysis of doubly rotated quartz resonators utilizing essentially thickness modes with transverse variation”, Journal Acoust. Soc. Am., Vol. 79, No. 6, pp. 1811-1826, June 1986.
- [32] S. Galliou, J. Imbaud, R. Bourquin, N. Bazin, P. Abbe, “Quartz crystal resonators exhibiting extremely high Q-factors at cryogenic temperatures”, Electronics Letters, Volume 44, Issue 14, pp. 889-890, July 3, 2008.
- [33] Ward L. Johnson, Sudook A. Kim, Damian S. Lauria, “Acoustic damping in langatate as a function of temperature, frequency, and mechanical contact”, IEEE Ultrasonics Symposium, pp 961-964, 2002.
- [34] W. R. Beam, “Electronics of solids”, Mc Graw-Hill physical and quantum electronics series, 1965.
- [35] J. Verdier, “Etude et modélisation des transistors à effet de champ microondes à basse température. Applications à la conception d’oscillateurs à haute pureté spectrale”, Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1997.
- [36] B. Komiyama, “Quartz crystal oscillator at cryogenic temperature”, Proc. 35th Ann. Freq. Control Symposium, USAERADCOM, Ft. Monmouth, NJ 07703, pp. 335-339, May, 1981.

# Conclusion générale



Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués dans le but d'améliorer la stabilité ultime des oscillateurs ultra-stables dans le domaine du court terme. Comme il a été rappelé dans l'introduction générale, de nombreuses applications sont concernées. Cette recherche s'est articulée autour de deux thématiques prospectives qui sont : le remplacement de l'habituel cristal de quartz utilisé dans les oscillateurs à faible bruit par un autre cristal de pure synthèse et la réfrigération de résonateurs et de leurs électroniques associées à température cryogénique.

## ➤ Oscillateur à langatate

### ○ Conclusion :

Pour ce qui est des matériaux piézoélectriques de synthèse, ils ne présentaient, jusqu'à aujourd'hui, qu'un intérêt limité par rapport au cristal de quartz synthétique. Avec les travaux présentés dans le chapitre II, il a été démontré que le cristal de langatate présente toutes les qualités pour être un bon remplaçant du cristal de quartz dans les applications ultra-stables.

A cette occasion, l'analyse de la qualité de cristaux provenant de différents fournisseurs a mis en évidence des différences notables. Une méthode de sélection du cristal de meilleure qualité a été développée. Tout au long de ces investigations, un procédé de fabrication, donnant de très bons résultats en terme d'état de surface, a été mis au point spécialement pour ce matériau. Les différentes caractéristiques des nombreux résonateurs prototypes ont été mesurées puis analysées.

Après avoir conçu et réalisé quelques oscillateurs prototypes permettant d'exploiter les résonateurs en cristal de langatate, la topologie d'oscillateur de type Colpitts s'est naturellement imposée comme solution. Une méthode d'optimisation originale, basée sur une modélisation quadripolaire de l'oscillateur, a été utilisée. Elle permet d'atteindre un coefficient de qualité en charge maximum ainsi que le gain et la puissance d'excitation désirés. L'électronique, la thermique ainsi que la mise en boîtier sont désormais adaptées à ces « nouveaux » résonateurs.

Les prototypes d'oscillateurs équipés de résonateurs langatate ont montré qu'il est possible de descendre au moins à des stabilités de  $5 \cdot 10^{-13}$  sur des temps d'intégration allant de 1 à 40 s. Ces travaux correspondent donc à une étude préliminaire très complète pour l'étude et le développement d'oscillateurs équipés de cristal de LGT de gamme ultra-stable.

### ○ Perspectives :

Dans le cas du cristal de quartz, il a fallu une cinquantaine d'années pour bien maîtriser tous ses aspects et parvenir aux résultats actuels. Bien que les résultats obtenus, en terme de performance, présentent de très bonnes perspectives pour le cristal de langatate, ce travail ne constitue pas un aboutissement pour l'exploitation de toute sa potentialité. Dans le cas de ce matériau nouveau dans les applications ultra-stables, il ne faudra certainement pas autant de temps que pour le quartz, mais à ce stade de l'étude, il reste encore du travail :

- Les qualités de matériaux peuvent être très changeantes d'un fournisseur à l'autre, il faut donc trouver un approvisionnement de qualité qui garantisse une meilleure maîtrise de la fabrication du cristal.
- La géométrie retenue pour les premiers prototypes de résonateurs ne permet peut être pas d'atteindre des performances optimales. Elle peut être améliorée voire redéfinie avec une vérification du spectre et de la présence éventuelle de chevauchements d'anharmoniques.

- La sensibilité thermique est un des gros inconvénients du cristal de LGT, une investigation pour trouver une solution à ce défaut est à envisager.
- Un gabarit de recuit, adapté à ce cristal, doit impérativement être mis au point. Il semble que ce soit un point important qui peut être réglé dans un avenir proche.
- Il pourrait être tout à fait intéressant de tester le bruit propre de ces résonateurs, sur un banc de mesure passif, pour en estimer les limites.

## ➤ Oscillateur cryogénique :

### ○ Conclusion :

Pour ce qui est de la réfrigération de résonateurs et de leurs électroniques associées, quelques auteurs ont déjà apporté des réponses au fonctionnement spécifique des résonateurs en cryogénie. Seuls deux auteurs ont déjà tenté de faire fonctionner l'oscillateur tout entier à de telles températures. La seule caractérisation de stabilité existante fut établie en passive. Cette voie d'investigation semble avoir été oubliée avec le temps, ou stoppée à cause des difficultés expérimentales. Aujourd'hui, les technologies de cryogénie ont évolué : les ensembles de refroidissements tels que les tubes à gaz pulsé sont très performants, ce qui relance l'investigation sur les oscillateurs à résonateur à ondes de volume à basse température.

Les recherches effectuées dans ce cadre, présentées dans le chapitre III, consistent en un travail préliminaire de caractérisation et de validation de fonctionnement. A cette occasion, après que le matériel de cryogénie fut mis en place, des résonateurs optimisés pour un fonctionnement à température ambiante ont été caractérisés à 3,2 K. Trois modes de deux partiels pour deux coupes différentes de résonateurs (SC et LD) ont été qualifiés de façon détaillée. De plus, deux résonateurs LGT ont été mesurés de 4 K à 30 K. C'est alors qu'une mesure record de coefficient de qualité de  $125 \cdot 10^6$  a démontré que les meilleures performances d'un résonateur à quartz à ondes de volume se retrouvent sur le mode A à basse température, et non pas sur le mode de cisaillement d'épaisseur comme à température ambiante.

De nombreux transistors ont été testés et deux références ont été caractérisées plus finement. Une première modélisation simplifiée de transistor a été mise en place. Les simulations résultantes corroborent les premiers résultats expérimentaux.

Deux oscillateurs fonctionnels ont été réalisés, et bien que ce soit de tout jeunes prototypes, la toute première mesure de stabilité relative, d'une paire d'oscillateurs fonctionnant à la température de 5 K, a été obtenue !

### ○ Perspectives :

Une fois les phénomènes observés à basses températures, l'optimisation de l'ensemble requiert une modélisation plus poussée de chaque élément. Les perspectives d'avenir de ces travaux sont réelles : ils représentent un challenge pour l'appréciation de la limitation ultime du bruit propre des résonateurs acoustiques et de leurs oscillateurs associés. De plus, le besoin de références encore plus stables que celles existantes est toujours d'actualité.

Le facteur limitant de la première mesure de stabilité ne peut en aucun cas être attribué uniquement au résonateur. Il reste en effet d'ordre expérimental. Des améliorations sont à prévoir sur : l'amortissement des vibrations en bout de tête, l'achèvement d'une régulation de température plus fine, l'établissement d'une modélisation plus fidèle pour chaque transistor utilisé pour une maîtrise plus fine de la puissance d'excitation par exemple... De plus le mode qui a été testé au cours de ces travaux n'est pas celui qui a le plus fort coefficient de qualité.

Un système de sélection doit être mis au point pour corriger cet inconvénient. Et enfin, dernier point, le résonateur utilisé n'est absolument pas optimisé pour travailler à une telle température. Des investigations pour la réalisation d'un résonateur adapté en terme de compensation de température sont à prévoir.



# Annexes

Annexe A : Datasheet du BF988	<b>167</b>
Annexe B : Caractéristiques du compresseur F-70H	<b>174</b>
Annexe C : Caractéristiques de la tête RP-082A	<b>177</b>
Annexe D : Liste des publications relatives à ces travaux	<b>178</b>





Annexe A : Datasheet du BF988



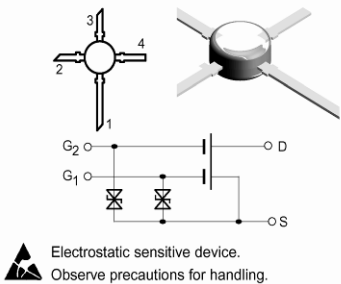
BF988

Vishay Semiconductors

N-Channel Dual Gate MOS-Fieldeffect Tetrode, Depletion Mode

Features

- Integrated gate protection diodes
- High cross modulation performance
- Low noise figure
- High gain
- High AGC-range
- Low feedback capacitance
- Low input capacitance



Applications

Input- and mixer stages especially VHF- and UHF-tuners.

Mechanical Data

Case: TO-50 Plastic case

Weight: approx. 124 mg

Marking: BF988

Pinning:

1 = Drain, 2 = Source,

3 = Gate 1, 4 = Gate 2

Absolute Maximum Ratings

T<sub>amb</sub> = 25 °C, unless otherwise specified

Parameter	Test condition	Symbol	Value	Unit
Drain - source voltage		V <sub>DS</sub>	12	V
Drain current		I <sub>D</sub>	30	mA
Gate 1/Gate 2 - source peak current		± I <sub>G1/G2SM</sub>	10	mA
Total power dissipation	T <sub>amb</sub> ≤ 60 °C	P <sub>tot</sub>	200	mW
Channel temperature		T <sub>Ch</sub>	150	°C
Storage temperature range		T <sub>stg</sub>	- 55 to + 150	°C

Maximum Thermal Resistance

Parameter	Test condition	Symbol	Value	Unit
Channel ambient	1)	R <sub>thChA</sub>	450	K/W

1) on glass fibre printed board (40 x 25 x 1.5) mm<sup>3</sup> plated with 35 µm Cu

**BF988****Vishay Semiconductors****Electrical DC Characteristics** $T_{amb} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , unless otherwise specified

Parameter	Test condition	Part	Symbol	Min	Typ.	Max	Unit
Drain - source breakdown voltage	$I_D = 10\text{ }\mu\text{A}$ , $-V_{G1S} = -V_{G2S} = 4\text{ V}$		$V_{(BR)DS}$	12			V
Gate 1 - source breakdown voltage	$\pm I_{G1S} = 10\text{ mA}$ , $V_{G2S} = V_{DS} = 0$		$\pm V_{(BR)G1SS}$	7		14	V
Gate 2 - source breakdown voltage	$\pm I_{G2S} = 10\text{ mA}$ , $V_{G1S} = V_{DS} = 0$		$\pm V_{(BR)G2SS}$	7		14	V
Gate 1 - source leakage current	$\pm V_{G1S} = 5\text{ V}$ , $V_{G2S} = V_{DS} = 0$		$\pm I_{G1SS}$			50	nA
Gate 2 - source leakage current	$\pm V_{G2S} = 5\text{ V}$ , $V_{G1S} = V_{DS} = 0$		$\pm I_{G2SS}$			50	nA
Drain current	$V_{DS} = 15\text{ V}$ , $V_{G1S} = 0$ , $V_{G2S} = 4\text{ V}$	BF988	$I_{DSS}$	4		18	mA
		BF988A	$I_{DSS}$	4		10.5	mA
		BF988B	$I_{DSS}$	9.5		18	mA
Gate 1 - source cut-off voltage	$V_{DS} = 15\text{ V}$ , $V_{G2S} = 4\text{ V}$ , $I_D = 20\text{ }\mu\text{A}$		$-V_{G1S(OFF)}$			2.5	V
Gate 2 - source cut-off voltage	$V_{DS} = 15\text{ V}$ , $V_{G1S} = 0$ , $I_D = 20\text{ }\mu\text{A}$		$-V_{G2S(OFF)}$			2.0	V

**Electrical AC Characteristics** $T_{amb} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , unless otherwise specified $V_{DS} = 8\text{ V}$ ,  $I_D = 10\text{ mA}$ ,  $V_{G2S} = 4\text{ V}$ ,  $f = 1\text{ MHz}$ 

Parameter	Test condition	Symbol	Min	Typ.	Max	Unit
Forward transadmittance		$ y_{21s} $	21	24		mS
Gate 1 input capacitance		$C_{issg1}$		2.1	2.5	pF
Gate 2 input capacitance	$V_{G1S} = 0$ , $V_{G2S} = 4\text{ V}$	$C_{issg2}$		1.2		pF
Feedback capacitance		$C_{rss}$		25		fF
Output capacitance		$C_{oss}$		1.05		pF
Power gain	$G_S = 2\text{ mS}$ , $G_L = 0.5\text{ mS}$ , $f = 200\text{ MHz}$	$G_{ps}$		28		dB
	$G_S = 3.3\text{ mS}$ , $G_L = 1\text{ mS}$ , $f = 800\text{ MHz}$	$G_{ps}$	16.5	20		dB
	$V_{G2S} = 4\text{ to } -2\text{ V}$ , $f = 800\text{ MHz}$	$\Delta G_{ps}$	40			dB
Noise figure	$G_S = 2\text{ mS}$ , $G_L = 0.5\text{ mS}$ , $f = 200\text{ MHz}$	F		1		dB
	$G_S = 3.3\text{ mS}$ , $G_L = 1\text{ mS}$ , $f = 800\text{ MHz}$	F		1.5		dB

**BF988**

Vishay Semiconductors

**Common Emitter S-Parameters** $V_{DS} = 8\text{ V}$ ,  $V_{G2S} = 4\text{ V}$ ,  $Z_0 = 50\ \Omega$ ,  $T_{amb} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , unless otherwise specified

$I_D/\text{mA}$	$f/\text{MHz}$	S11		S21		S12		S22	
		LOG MAG	ANG	LOG MAG	ANG	LOG MAG	ANG	LOG MAG	ANG
			deg		deg		deg		deg
5	100	-0.02	-7.8	6.01	168.4	-56.27	83.0	-0.02	-3.6
	200	-0.10	-15.3	5.87	156.3	-50.61	76.6	-0.06	-7.3
	300	-0.31	-22.8	5.69	144.2	-47.70	70.9	-0.13	-10.6
	400	-0.56	-30.2	5.42	132.9	-46.19	65.6	-0.20	-14.2
	500	-0.87	-37.3	5.17	121.5	-45.46	60.6	-0.28	-17.5
	600	-1.26	-44.3	4.85	110.6	-45.84	55.4	-0.36	-20.5
	700	-1.59	-50.9	4.54	100.4	-47.31	58.6	-0.43	-23.8
	800	-2.04	-58.0	4.25	90.2	-48.19	63.3	-0.49	-26.8
	900	-2.42	-64.4	4.02	80.6	-50.37	81.5	-0.52	-30.2
	1000	-2.88	-71.4	3.78	70.8	-49.48	115.6	-0.54	-33.4
	1100	-3.39	-78.3	3.42	60.5	47.92	131.7	-0.66	-36.8
	1200	-3.94	-85.2	3.21	51.6	-44.65	153.0	-0.66	-40.1
	1300	-4.46	-91.8	3.01	42.0	-41.76	159.8	-0.66	-43.9
10	100	-0.02	-8.3	7.84	168.5	-55.67	83.0	-0.04	-3.7
	200	-0.11	-16.1	7.70	156.6	-50.01	76.4	-0.09	-7.4
	300	-0.35	-24.0	7.49	144.8	-47.20	70.3	-0.16	-10.8
	400	-0.62	-31.6	7.21	133.6	-45.60	65.1	-0.23	-14.3
	500	-0.97	-39.2	6.93	122.5	-44.88	60.0	-0.31	-17.9
	600	-1.39	-46.4	6.59	111.9	-45.25	54.5	-0.42	-20.9
	700	-1.76	-53.2	6.27	101.9	-46.51	57.4	-0.48	-24.1
	800	-2.25	-60.3	5.97	92.1	-47.19	61.4	-0.55	-27.3
	900	-2.67	-67.1	5.71	82.8	-49.28	76.0	-0.58	-30.6
	1000	-3.16	-74.1	5.46	73.3	-48.99	107.1	-0.60	-33.8
	1100	-3.72	-81.1	5.07	63.3	-48.03	123.3	-0.73	-37.2
	1200	-4.30	-88.0	4.85	54.6	-45.15	147.6	-0.73	-40.6
	1300	-4.87	-94.4	4.63	45.4	-42.46	157.6	-0.73	-44.3
15	100	-0.01	-8.4	8.62	168.6	-55.26	83.0	-0.07	-3.7
	200	-0.13	-16.4	8.46	156.8	-49.61	76.3	-0.12	-7.5
	3000	-0.37	-24.5	8.26	145.2	-46.70	70.3	-0.20	-11.0
	400	-0.66	-32.3	7.96	134.0	-45.10	64.9	-0.27	-14.4
	500	-1.02	-39.8	7.66	122.9	-44.38	59.7	-0.36	-18.0
	600	-1.47	-47.0	7.33	112.3	-44.65	54.3	-0.47	-20.9
	700	-1.85	-54.1	6.98	102.6	-45.72	57.0	-0.53	-24.2
	800	-2.36	-61.3	6.68	92.8	-46.29	60.0	-0.61	-27.4
	900	-2.80	-67.9	6.42	83.7	-48.18	71.9	-0.64	-30.6
	1000	-3.30	-75.0	6.15	74.3	-48.49	98.7	-0.66	-33.9
	1100	3.89	-82.0	5.75	64.6	-47.93	114.8	-0.77	-37.3
	1200	-4.49	-88.8	5.52	56.0	-45.75	141.2	-0.79	-40.8
	1300	-5.06	-95.2	5.30	46.9	-43.05	153.4	-0.79	-44.5

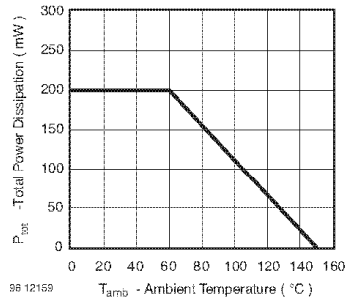
**BF988****Vishay Semiconductors****Typical Characteristics** ( $T_{amb} = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$  unless otherwise specified)

Figure 1. Total Power Dissipation vs. Ambient Temperature

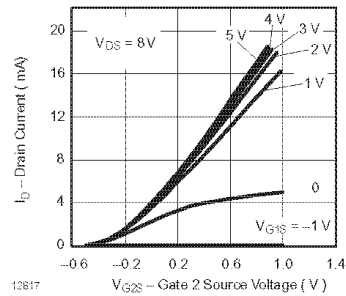


Figure 4. Drain Current vs. Gate 2 Source Voltage

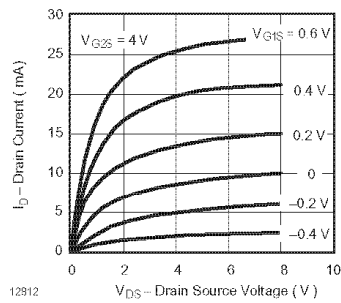


Figure 2. Drain Current vs. Drain Source Voltage

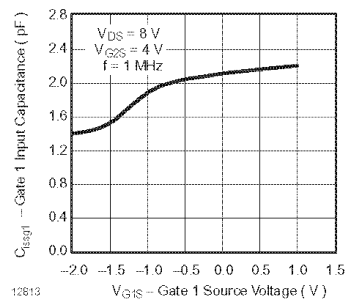


Figure 5. Gate 1 Input Capacitance vs. Gate 1 Source Voltage

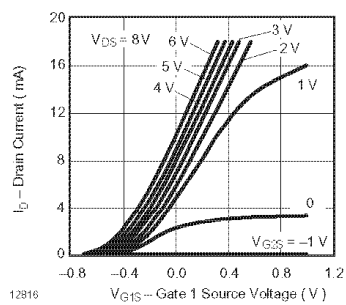


Figure 3. Drain Current vs. Gate 1 Source Voltage

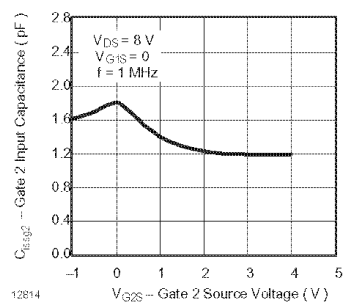


Figure 6. Gate 2 Input Capacitance vs. Gate 2 Source Voltage

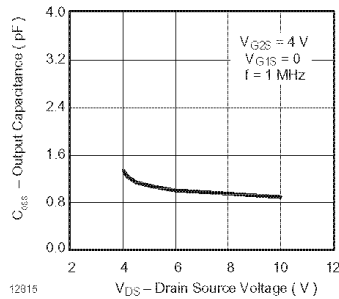
**BF988****Vishay Semiconductors**

Figure 7. Output Capacitance vs. Drain Source Voltage

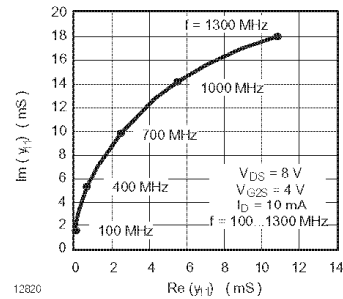


Figure 10. Short Circuit Input Admittance

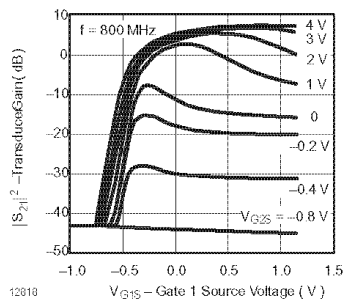


Figure 8. Transducer Gain vs. Gate 1 Source Voltage

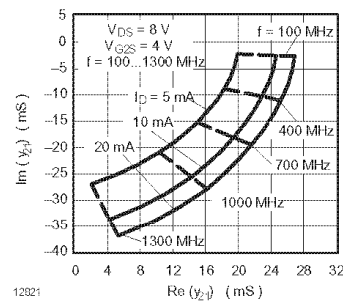


Figure 11. Short Circuit Forward Transfer Admittance

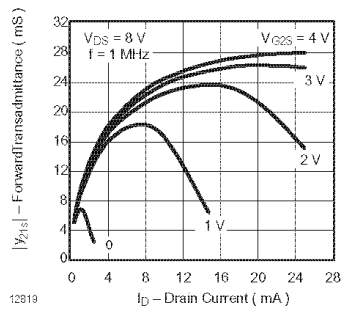


Figure 9. Forward Transadmittance vs. Drain Current

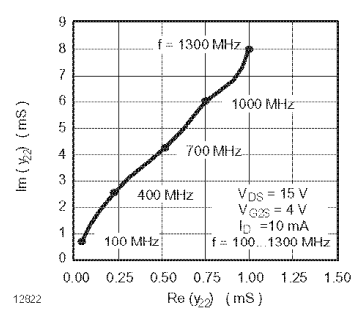


Figure 12. Short Circuit Output Admittance

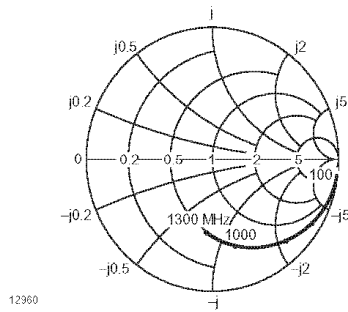
**BF988****Vishay Semiconductors**
 $V_{DS} = 8\text{ V}$ ,  $I_D = 10\text{ mA}$ ,  $V_{G2S} = 4\text{ V}$ ,  $Z_0 = 50\ \Omega$ 
 $S_{11}$ 

Figure 13. Input Reflection Coefficient

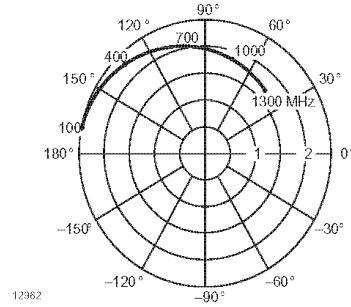
 $S_{21}$ 

Figure 15. Forward Transmission Coefficient

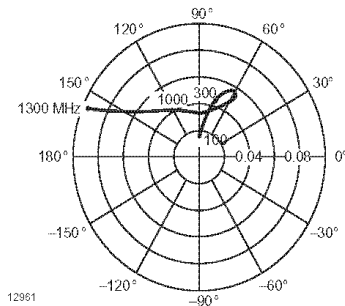
 $S_{12}$ 

Figure 14. Reverse Transmission Coefficient

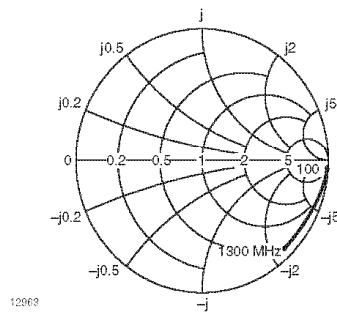
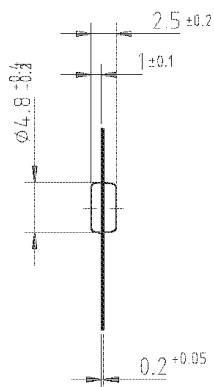
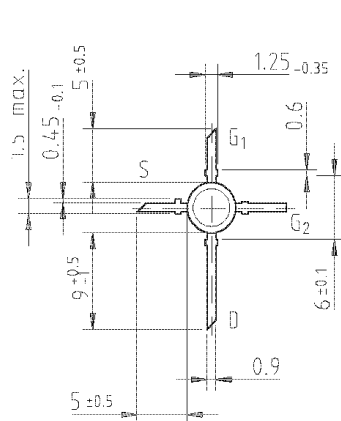
 $S_{22}$ 

Figure 16. Output Reflection Coefficient

**BF988**

Vishay Semiconductors

**Package Dimensions in mm**

9612242

technical drawings  
according to DIN  
specifications



## Annexe B : Caractéristiques du compresseur F-70H

### SPECIFICATIONS

**F-70H Compressor (high voltage model)** Details: Two (2) size 8M gas couplings; water-cooled; 480 ( $\pm 10\%$ ) V3~, 60 Hz or 380/415 ( $\pm 10\%$ ) V3~, 50 Hz.

**F-70L Compressor (low voltage model)** Details: Two (2) size 8M gas couplings; water-cooled; 200 ( $\pm 10\%$ ) V3~, 50/60 Hz.

#### Electrical Characteristics

Service required: Delta connected, 4 wires (3 phase plus protective ground or earth.)

A screw-mounted, detachable connector is provided on the electrical front panel for connecting power to the compressor.

F-70H (high voltage model) Transformer Voltage Tap Selection: The proper transformer voltage tap must be selected to match the incoming supply voltage by proper position of the transformer supply connector located behind the voltage selection access panel on the electrical front panel. See the section Electrical Supply Connection.

Power consumption:	<u>Gifford-McMahon (GM) Operation</u>	<u>Startup</u>
	6.6 – 6.9 kW @ 50 Hz	<8.5 kW @ 50 Hz
	7.5 – 7.8 kW @ 60 Hz	<9.0 kW @ 60 Hz
	<u>Pulse Tube (PT) Operation</u>	<u>Startup</u>
	6.7 – 7.2 kW @ 50 Hz	<8.5 kW @ 50 Hz
	8.0 – 8.5 kW @ 60 Hz	<9.0 kW @ 60 Hz

Rated load current:

For the F-70H compressor, 16 amperes  
For the F-70L compressor, 28 amperes (GM only)

Locked rotor current:

For the F-70H compressor, 75 amperes  
For the F-70L compressor, 164 amperes

Internal circuit protection

Transformer: (3) 1.0 ampere, time delay, class CC fuses (F-70H) (FU-1, 2 and 3)  
(3) 2.0 amperes, time delay, class CC fuses (F-70L) (FU-1, 2 and 3)  
Cold head motor: (3) 0.63 ampere, time delay, 5x20 mm fuses (FU-4, 5 and 6)  
Control circuit: (2) 0.75 ampere, resettable, poly fuses (not replaceable).

Fuses are located inside the electrical chassis box, for service by qualified electrical technician only. See Figure 4.

Cold head power requirement: 200 V3~, 0.4 amperes, supplied from the compressor.

Cold head power supply: A cable connects the cold head to the compressor.

Class I: Grounded equipment

Ingress protection: IP4X

Compressor control logic provides:

- ON and OFF buttons for local operation of the compressor and the cold head.
- Front panel LCD display (16 characters) of elapsed time and system status.
- (2) Push buttons, up and down arrows, to scroll the LCD display

## Specifications

- Interlock to prevent starting the compressor and the cold head if the main power phase sequence is incorrect.
- Automatic restart after power interruption.
- Automatic shutoff for the following system faults. Operator correction is required before restart.
  - High gas discharge temperature, when thermistor reads  $> 93^{\circ}\text{C}$  ( $200^{\circ}\text{F}$ ). (5 automatic restarts at 20 minute intervals before operator correction required.)
  - High compressor motor windings temperature, switch opens at  $160^{\circ}\text{C}$  ( $320^{\circ}\text{F}$ ), resets at  $69^{\circ}\text{C}$  ( $156^{\circ}\text{F}$ ).
  - High compressor motor current draw: F-70H trips at 19 amperes.  
F-70L trips at 35 amperes.
  - Open cold head (valve motor) fuse(s)
  - Low gas return pressure,  $< 1.03$  bar (15 psig)
  - Low compressor oil level
  - Incorrect DB-25 configuration compared to continuity value of DB-25 pins 7 and 8
- Error warning displayed for the following system faults:
  - High water temperature,  $> 35^{\circ}\text{C}$  ( $95^{\circ}\text{F}$ );
  - Low water flow, water out,  $> 46^{\circ}\text{C}$  ( $115^{\circ}\text{F}$ ).

See the Compressor Wiring Diagrams, Figures 12, 13, 14 and 15.

### Front Panel Connections (See Figure 2.)

- Helium gas connections: size 8, male (8M) Aeroquip couplings, high-pressure supply (red) and low-pressure return (green).
- Helium fill port: size 4, male (4M) Aeroquip coupling.
- Cooling water connections: F-70H, Swagelok bulkhead fittings,  $\frac{1}{2}$ " MNPT;  
F-70L, 90° swivel elbows,  $\frac{1}{2}$ " Serto
- Cold head cable receptacle: Amphenol MS3102A-14S-2S
- Mains power connector: Screw-mounted rectangular industrial connector
- Diagnostic interface connector: DB-25, for control and to indicate error condition
  - Proper DB-25 configuration mode must be selected at installation. See Diagnostic Interface Connector in the Installation section of this manual
- Serial connector: DB-9, not for customer's use.

### Front Panel Mounted Items (See Figure 2.)

- Supply pressure gauge (0-40 bar, 0-600 psig, 0-4000 kPa)
- LCD display (Elapsed time meter display is the default position)
- ON and OFF buttons
- (2) Display buttons (to scroll the LCD display)
- Main power switch
- Voltage selection access panel
- Configuration mode selector switch

### Environmental Requirements

	<u>Operating</u>	<u>Storage</u>
Ambient Temperature	$4^{\circ}\text{C}$ to $40^{\circ}\text{C}$ ( $40^{\circ}\text{F}$ to $104^{\circ}\text{F}$ )	$-20^{\circ}\text{C}$ to $65^{\circ}\text{C}$ ( $-4^{\circ}\text{F}$ to $150^{\circ}\text{F}$ )
Magnetic Field Limits	$\leq 50$ Gauss	

## Specifications

**NOTE**

Operating the equipment out of specifications may void the warranty.

**Mounting Position**

Compressor must be mounted base down and level within 5 degrees of horizontal.

**Cooling Requirements**

<b><u>Application</u></b>	<b><u>Cooling Water Flow Rate</u></b>
4K GM and 10K GM Cold Head	6 to 9 L/min (1.6 to 2.4 gpm)
4K PT Cold Head	6.8 to 9 L/min (1.8 to 2.4 gpm)

Cooling water inlet temperature:	5° C to 25° C (41° F to 77° F)
Cooling water outlet temperature:	45° C (113° F) maximum
Cooling water supply pressure:	8 bar (116 psig) maximum
Pressure drop at 9 L/min:	<1 bar (<14.5 psig)
Alternative coolant	50% pure ethylene glycol + 50% water
Ethylene glycol/water (50/50) flow rate	7.8 to 11.7 L/min (2.1 to 3.1 gpm)

**Water Quality Requirements**

Water supplied for cooling the compressor should be filtered through a 300-micron screen and meet the following quality limits:

<b><u>Item</u></b>	<b><u>Initial Values for non-Replenished (closed) System</u></b>	<b><u>Values for Continuously Replenished (open) System</u></b>
Suspended solids, µg/L	<250	<250
Particle size, µm	<300	<300
pH (25° C)	6.5 to 8.0	6.0 to 8.0
Alkalinity (ppm)	100 max.	50 max.
Hardness (ppm)	200 max.	50 max.
Chloride (ppm)	200 max.	50 max.
Sulfate (ppm)	200 max.	50 max.
Iron (ppm)	1.0 max.	0.30 max.
Sulfur ion (ppm)	None detected	None detected
Ammonium ion (ppm)	1.0 max.	0.20 max.
Silica (ppm)	50 max.	30 max.

**Helium Gas Pressures**

Equalization pressure at 20° C (68° F) for 12 to 20 m long gas lines:

10K Gifford-McMahon Cold Head, 50 Hz	14.3 bar (207 psig)
10K Gifford-McMahon Cold Head, 60 Hz	13.6 bar (198 psig)
4K Gifford-McMahon Cold Head, 50/60 Hz	13.6 bar (198 psig)
4K Pulse Tube Cold Head, 50/60 Hz	16.5 bar (240 psig)

Typical operating pressures: Supply 16.6-20.7 bar (240-300 psig)  
Return 2.8-6.9 bar (40-100 psig)

## Annexe C : Caractéristiques de la tête RP-082A

### TECHNICAL INSTRUCTION

Sumitomo Heavy Industries, Ltd.

### 1-1 SPECIFICATIONS

#### 1-1 SPECIFICATIONS

The specifications of the RP-082A Cold Head Unit are summarized in **Table 1.1**

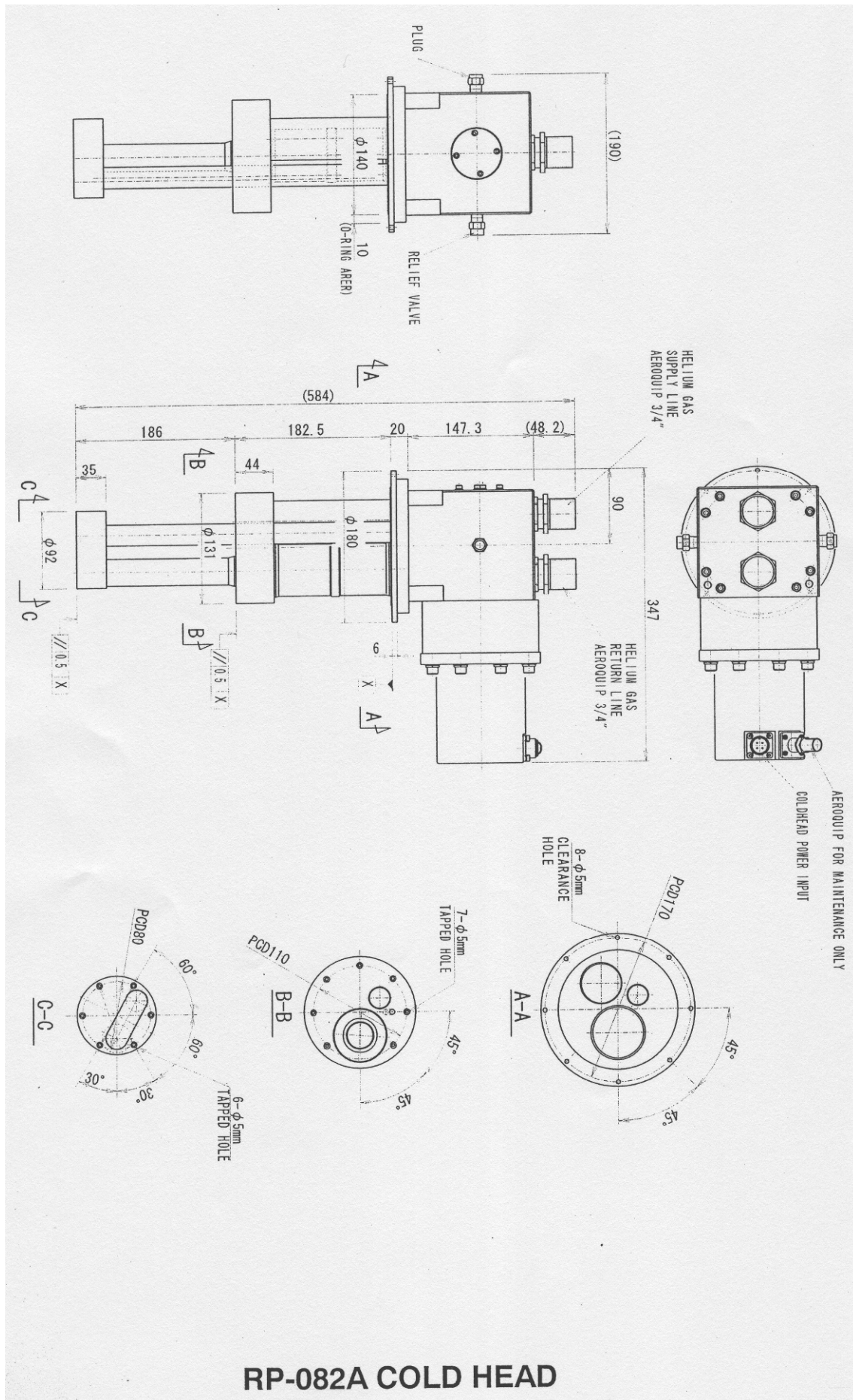
**Figure 1.1** shows the outline view of Cold Head Unit.

**Figure 1.2** and **Figure 1.3** show the outline view of Cold Head and Valve Unit.

**Table 1.1 RP-082A COLD HEAD UNIT SPECIFICATION**

<b>Refrigeration Capacity</b> First Stage Second Stage	40W at 45 K (50 / 60 Hz) 1.0W at 4.2K (50 / 60 Hz)
<b>Orientation</b>	Vertical only
<b>Ambient Operating Temperature</b>	5 to 28 deg.C (41 to 82.4 deg.F) 28 to 35 deg.C (82.4 to 95 deg.F) with 10% Cooling Capacity Loss.
<b>Helium Gas Pressure</b> Static  Operating (High Side)*	1.65 MPa at 20 deg.C (68 deg.F) (16.8 kgf/cm <sup>2</sup> G, 240 psig) 2.00 - 2.20 MPa --- approx. (20.4 - 22.4 kgf/cm <sup>2</sup> G, 290 - 319 psig)
<b>Pressure Relief Valve Setting</b>	2.61-2.75 MPa (26.6 - 28.0 kgf/cm <sup>2</sup> G, 378 - 399 psig)
<b>Gas Supply Connector</b> <b>Gas Return Connector</b>	3/8-inch Coupling 3/8-inch Coupling
<b>Dimension (Cold Head Unit)</b> Width Depth Length	190 mm (7.48") 347 mm (13.66") 584 mm (22.72")
<b>Weight</b>	26.0 kg (57.2 LBS) ---approximately

\* The operating pressure varies according to the heat load of cold head and temperature around the equipment.



## **Annexe D : Liste des publications relatives à ces travaux**

### **- Articles de revues internationales :**

[AR1] J. Imbaud, A. Assoud, R. Bourquin, J.J. Boy, S. Galliou and J.P. Romand, "Investigations on LGS and LGT crystals to realize BAW resonators", IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, Vol. 55, NO. 11, pp. 2384-2391, November, 2008.

[AR2] J. Imbaud, S. Galliou, J.P. Romand, P. Abbé and R. Bourquin, "Development of a 10 MHz oscillator working with a LGT crystal resonator: preliminary results", IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, Vol. 55, NO. 9, pp. 1913-1920, September, 2008.

[AR3] S. Galliou, J. Imbaud, R. Bourquin, N. Bazin, P. Abbe, "Quartz crystal resonators exhibiting extremely high Q-factors at cryogenic temperatures", Electronics Letters, Volume 44, Issue 14, pp. 889-890, July 3, 2008.

### **- Actes de congrès internationaux :**

[AC1] J. Imbaud, S. Galliou and P. Abbé, "Measurement of first langatate oscillators improved by an original simulating method", Proceedings of European Frequency and Time Forum, Toulouse, France, April 2008.

[AC2] S. Galliou, J. Imbaud, R. Bourquin, N. Bazin, P. Abbé, "Outstanding quality factors of bulk acoustic wave resonators at cryogenic temperature", Proceedings of European Frequency and Time Forum, Toulouse, France, April 2008.

[AC3] J. Imbaud, A. Assoud, R. Bourquin, J.J. Boy, S. Galliou and J.P. Romand, "Investigations on 10 MHz LGS and LGT crystal resonators", Proceedings of Joint Meeting European Frequency and Time Forum-IEEE International Frequency Control Symposium, Geneva, Switzerland, pp. 711-714, May 2007.

[AC4] J. Imbaud, S. Galliou, J.P. Romand, P. Abbé and R. Bourquin, "Noise measurements of 10 MHz LGT crystal Oscillators", Proceedings of Joint Meeting European Frequency and Time Forum-IEEE International Frequency Control Symposium, Geneva, Switzerland, pp. 1251-1254, May 2007.

## Résumé

Les travaux présentés dans ce mémoire portent sur l'amélioration des sources ultra-stables de fréquences dans le domaine des temps courts (typiquement inférieurs à une minute). Deux voies d'investigations ont été explorées :

- La première concerne l'évaluation des potentialités des matériaux de la famille de la langasite (LGS). Une classification des coefficients de qualité (Q) des matériaux LGS et langatate (LGT) en fonction de leurs provenances a été mise en évidence. Les premiers prototypes de résonateurs à ondes de volume ont été réalisés dans un cristal de LGT à fort Q. A cette occasion un procédé de fabrication spécifique a été mis au point. Une électronique d'oscillateur et un packaging thermique adaptés aux caractéristiques de ces résonateurs ont été développés. Enfin, ces premiers prototypes d'oscillateurs ont été caractérisés en terme de stabilité temporelle et de vieillissement.

- La seconde voie exploratoire concerne la mise en place d'un ensemble expérimental permettant la réfrigération d'oscillateurs à résonateurs à ondes de volume à des températures inférieures à celles de l'hélium liquide (4,2K). Pour cela, des résonateurs en quartz de coupe SC et LD, et en LGT de coupe Y, ont été caractérisés à basses températures. Une campagne de mesures systématiques a révélé des coefficients de qualité exceptionnels pour certains modes de vibration. Par ailleurs, différents modèles de transistors ont été testés et l'une des références testées a été modélisée simplement, à température cryogénique. Deux premiers prototypes d'oscillateurs à résonateur à quartz de coupe SC ont été développés puis testés à basses températures. Il en résulte les toutes premières caractérisations en terme de stabilité temporelle.

Mots clés : Oscillateur ultra-stable, résonateur, quartz, langatate, LGT, langasite, LGS, oscillateur cryogénique.

## Abstract

The present work is focused on improvement of ultra stable sources of frequencies over short averaging times (typically less than one minute). To do this, two-ways of investigations were selected:

- The first one deals with material capabilities of the langasite (LGS) family. A quality factor (Q) classification of LGS and langatate (LGT) materials according to their origin was confirmed. The first prototypes of bulk acoustic waves (BAW) resonators have been made in a high-Q LGT crystal. In this connection, a specific manufacturing process was developed. Oscillator electronics and thermal packaging adapted to the characteristics of these resonators have been designed. Finally, these first prototypes of oscillators have been characterized in terms of time-domain stability and in terms of aging.

- The second topic deals with the set-up of an experimental system. This system allows cooling of oscillators equipped with bulk acoustic waves (BAW) resonators at temperatures below that of liquid helium (4.2 K). For that, quartz resonators of SC and LD cuts, and LGT crystal of Y cuts have been characterized at low temperatures. Systematic measurements have revealed outstanding Q-factor coefficients for specific modes of vibration. Furthermore, different models of transistors have been tested and one of them has been modeled at cryogenic temperature. Then, two prototypes of oscillators equipped with SC cut resonators have been developed and tested at low temperatures. Results of this work give the first characterization of stability in the time-domain of such cryogenic oscillators.

**Keywords:** ultra-stable oscillator, resonator, quartz, langatate, LGT, langasite, LGS, cryogenic oscillator.